

Thomas Lechner

Entwicklung neuer Modelle zur Bestimmung der
Messunsicherheit im akkreditierten Prüflabor am Beispiel
interner Kalibrierungen

eingereicht als

DIPLOMARBEIT

an der

HOCHSCHULE MITTWEIDA

UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Fakultät Informationstechnik & Elektrotechnik

Graz, 2009

Erstprüfer: Prof. Dr.-Ing. habil. Reinhard Sporbert

Zweitprüfer: FH-Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Emilia Bratschitsch

Die vorgelegte Arbeit wurde am 01.07.2009 verteidigt.

Bibliographische Beschreibung und Referat

Lechner, Thomas:

Entwicklung neuer Modelle zur Bestimmung der Messunsicherheit im akkreditierten Prüflabor am Beispiel interner Kalibrierungen, 125 Seiten, Graz, Hochschule Mittweida, Fakultät Informationstechnik & Elektrotechnik, Diplomarbeit, 2009

Referat:

Ziel der Diplomarbeit ist es, die Messunsicherheit von Kalibrierergebnissen zu bestimmen. Die Prüfstelle am Studiengang Fahrzeugtechnik der FH JOANNEUM betreibt unter anderem einen Rollenprüfstand zur Analyse der Schadstoffkonzentrationen im Abgas von Kraftfahrzeugen. Bei der Unsicherheitsanalyse werden alle Messwerte berücksichtigt, die Einfluss auf das Messergebnis haben.

In der vorliegenden Arbeit wird zuerst der mathematische Zusammenhang der einzelnen Messgrößen gezeigt. Anschließend erfolgt eine Beschreibung des Messverfahrens und des Messablaufes. Unbekannte Unsicherheitskomponenten werden mit statistischen Methoden bestimmt. Die Standardabweichungen der Kalibrierergebnisse werden analytisch mit dem gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetz oder mittels Monte-Carlo-Simulation ermittelt. Für die Berechnung der erweiterten Messunsicherheit ist die Häufigkeitsverteilung des Kalibrierergebnisses von entscheidender Bedeutung. Situationsabhängig werden unterschiedliche Methoden zur Bestimmung der Verteilung angewendet. Es wird überprüft, ob gesetzlich vorgeschriebene Toleranzen eingehalten werden.

Selbstständigkeitserklärung

Ich erkläre, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und nur unter Verwendung der angegebenen Literatur und Hilfsmittel angefertigt habe.

Thomas Lechner

Graz, 12.06.2009

Danksagung

Bei der Erstellung dieser Arbeit haben mich viele Kollegen und Freunde unterstützt. All denen möchte ich an dieser Stelle danken.

Hervorheben möchte ich meine Vorgesetzte und interne Betreuerin, Frau Dr. Emilia Bratschitsch, mit der mich ein längjähriges kollegiales und freundschaftliches Verhältnis verbindet. Ohne sie hätte ich diese Arbeit nicht verfasst.

Danke auch an Dr. Sporbert für die stets freundliche und kompetente Betreuung auch außerhalb der regulären Dienstzeiten.

Für die fachliche Unterstützung und die interessanten Diskussionen bedanke ich mich bei Dr. Günter Bischof, Ing. Wolfgang Dautermann, DI Rudolf Gurtner und Dr. Karl Reisinger. Für die wertvollen Anregungen auf langen Zugfahrten gilt mein Dank Herrn Ing. Jürgen Brenner. Christian Kaufmann und Thomas Pachatz haben mir alle Fragen zum Rollenprüfstand kompetent beantwortet. Danke auch an Robert Plienegger und Benedikt Weiß für die Durchführung der Kalibrierungen.

Mein Dank gilt auch meinem Vater Hermann, der mich bei meiner Ausbildung immer unterstützt hat.

Widmen möchte ich diese Arbeit meiner Frau Daniela, die sich stets liebevoll um unseren Sohn Florian gekümmert hat, während ich vor dem PC gesessen bin. Sie hat mich immer unterstützt und motiviert.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	4
1.1	Motivation	4
1.2	Häufig verwendete mathematische Methoden	5
1.2.1	Arithmetischer Mittelwert einer Messreihe	5
1.2.2	Varianz einer Messreihe	5
1.2.3	Standardabweichung einer Messreihe.....	5
1.2.4	Bestimmung des effektiven Freiheitsgrades	5
1.2.5	Empirischer Korrelationskoeffizient.....	6
1.2.6	Regressionsgerade.....	6
1.2.7	Empirische Restvarianz	6
2	Bestimmung der Unsicherheiten aller Eingangsgrößen	7
2.1	Berechnung der emittierten Schadstoffmengen.....	7
2.2	Beschreibung der Messanordnung	9
2.3	Auslesen der Daten aus den Ergebnisberichten	13
2.4	Bestimmung der Unsicherheit des auf Normalbedingungen korrigierten Volumens V_{mix}	14
2.4.1	Problembeschreibung	14
2.4.2	Bestimmung der Einflussgrößen.....	15
2.4.3	Formulieren der Modellgleichung.....	19
2.4.4	Bestimmung der Unsicherheiten der Regressionskoeffizienten	22
2.4.5	Feststellen der Verteilung	23
2.4.6	Bestimmung der Unsicherheit des korrigierten Volumenstroms	28
2.5	Unsicherheitsbestimmung der Schadstoffkonzentrationen.....	30
2.5.1	Bestimmung von Unsicherheiten der Kalibrierkette	30
2.5.2	Bestimmung der Unsicherheit der Analysatoren.....	33
2.5.3	Bestimmung der Standardabweichung der Analysatoren	37

2.5.4	Bestimmung der Unsicherheit der gesamten Messkette.....	40
2.5.5	Bestimmung des effektiven Freiheitsgrades	41
2.5.6	Bestimmung der erweiterten Unsicherheit	43
2.6	Unsicherheitsbestimmung des Feuchtekorrekturfaktors	47
2.6.1	Bestimmung der absoluten Feuchte H.....	48
2.6.2	Analytische Bestimmung der Unsicherheiten	49
2.6.3	Quantitative Bestimmung der Unsicherheiten von H	51
2.6.4	Bestimmung von U von H mit der Monte-Carlo-Methode	52
2.6.5	Bestimmung von U aus den Simulationsergebnissen	57
2.6.6	Qualität der Simulation	60
2.6.7	Auswertung und Interpretation der Ergebnisse der Monte-Carlo-Simulation	62
2.7	Unsicherheitsbestimmung bei der Kalibrierung von Drucksensoren ...	65
2.7.1	Druck vor Venturi	66
2.7.2	Barometrischer Luftdruck P_B	69
2.8	Unsicherheitsbestimmung bei der Kalibrierung von Widerstandsthermometern	73
2.8.1	Bestimmung der Messunsicherheit der Temperaturnormale .	73
2.8.2	Raumtemperatur	77
3	Zusammenfassung und Ausblick	80
4	Anhang.....	82
4.1	Eigene Matlab-Funktionen.....	82
4.1.1	Korrelationskoeffizient	82
4.1.2	Regressionsgerade.....	82
4.1.3	Restvarianz.....	83
4.1.4	Feuchtekorrekturfaktor.....	84
4.2	Matlab Sourcecodes	87
4.2.1	Lesen der Daten aus den Ergebnisberichten.....	87
4.2.2	Bestimmung von $V_{\text{mixStream}}$	92
4.2.3	Bestimmung der Unsicherheiten der Analysatoren.....	96
4.2.4	Absolute Feuchte – Fehlerrechnung	101

4.2.5	Monte-Carlo-Simulation	103
4.2.6	Monte-Carlo-Simulation mit hoher Simulationstiefe	110
4.3	Kalibrierprotokolle.....	116
4.3.1	Protokoll zur Linearitätskontrolle der Analysatoren.....	116
4.4	Tabellen.....	117
4.4.1	Standardnormalverteilung.....	117
4.4.2	Quantile der Chi-Quadrat-Veteilung.....	118
4.4.3	t-Faktor	119
4.5	Diverses	120
4.5.1	Fahrkurve Prüfung Typ 1 (NEDC).....	120
4.5.2	Kalibrierabläufe für Drucksensoren.....	121
4.5.3	Fotos der Kalibriernormale.....	122
4.6	Abbildungsverzeichnis.....	123
4.7	Literaturverzeichnis	124

1 Einleitung

1.1 Motivation

Messergebnisse können den wahren Wert einer physikalischen Größe immer nur näherungsweise wiedergeben. Um die Zuverlässigkeit von Messergebnissen beurteilen zu können, muss „eine quantitative Angabe zur Qualität des Ergebnisses erfolgen.“¹ Ein Messergebnis ist nur dann vollständig, wenn neben dem gemessenen Wert auch die Messunsicherheit angegeben wird.

Der Studiengang Fahrzeugtechnik der FH JOANNEUM betreibt ein akkreditiertes Prüflabor. In diesem wird unter anderem auch die Schadstoffemission von Kraftfahrzeugen bestimmt. Es ist die Pflicht einer akkreditierten Prüfstelle, der eingangs zitierten Forderung nachzukommen. In der Norm, die der Akkreditierung zugrunde liegt, heißt es: „Prüflaboratorien müssen über Verfahren für die Schätzung der Messunsicherheit verfügen und diese anwenden.“²

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, die Unsicherheiten aller Messgrößen zu bestimmen, die einen Einfluss auf die gemessenen Schadstoffemissionen haben. Allgemein anerkannte Verfahren zur Bestimmung der Messunsicherheit sind in der Vornorm „Guide to the expression of uncertainty in measurement“, kurz GUM, beschrieben³. In diesem Dokument wird zwischen zwei Methoden zur Bestimmung der Messunsicherheit unterschieden. Mit der Ermittlungsmethode A wird die Unsicherheit durch statistische Analyse von Messreihen bestimmt. Mit der Ermittlungsmethode B wird durch Informationen aus Handbüchern, Kalibrierprotokollen oder ähnlichem auf die Messunsicherheit geschlossen.⁴ Es werden beide Verfahren angewandt, wobei der Ermittlungsmethode A die größere Bedeutung zukommt.

¹ [1] Abschnitt 0.1

² [15] Abschnitt 5.4.6.2

³ [1]

⁴ [1] Abschnitte 2.3.2 und 2.3.3

1.2 Häufig verwendete mathematische Methoden

1.2.1 Arithmetischer Mittelwert einer Messreihe

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot (x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i \quad (1-1)$$

n Anzahl der Einzelmessungen der Messreihe

\bar{x} Arithmetischer Mittelwert der Messreihe x_n

x_i Einzelner Messwert

1.2.2 Varianz einer Messreihe

$$s^2(x_n) = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (1-2)$$

s^2 Varianz der Messreihe x_n

Die empirische Varianz s^2 ist eine Schätzung für die Varianz σ^2 . Die Qualität der Schätzung hängt von der Anzahl der Messungen n ab.

1.2.3 Standardabweichung einer Messreihe

$$s(x_n) = \sqrt{s^2(x_n)} \quad (1-3)$$

s Standardabweichung einer Messreihe

1.2.4 Bestimmung des effektiven Freiheitsgrades

Die Berechnung des effektiven Freiheitsgrades erfolgt in dieser Arbeit nach der Methode von Welch-Satterwaithe. Als Abschätzungsgleichung liefert sie den besten Näherungswert mit vertretbarem Aufwand.⁵ Diese Methode wird vom GUM explizit empfohlen.⁶

$$v = \frac{s^4}{\sum_{i=1}^n \frac{s_i^4(y_i)}{v_i}} \quad (1-4)$$

⁵ [5], Seite 122

⁶ [1], G.4

- n Anzahl der Unsicherheitsbeiträge mit Einfluss auf die Gesamtunsicherheit des Messergebnisses.
- s_i Standardabweichung der einzelnen Unsicherheitskomponente
- ν_i Freiheitsgrad von s_i
- s Standardabweichung des Endergebnisses

1.2.5 Empirischer Korrelationskoeffizient

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2 \right) \left(\sum_{i=1}^n y_i^2 - n \bar{y}^2 \right)}} \quad (1-5)$$

- r empirischer Korrelationskoeffizient

Der empirische Korrelationskoeffizient ist eine dimensionslose Größe.

1.2.6 Regressionsgerade

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2} \quad (1-6)$$

$$b = \bar{y} - a \bar{x} \quad (1-7)$$

- a Steigung der Regressionsgeraden
- b Achsenabschnitt (Offset) der Regressionsgeraden

1.2.7 Empirische Restvarianz ⁷

$$s_a^2 = \frac{(1 - r^2) s_y^2}{(n - 2) s_x^2} \quad (1-8)$$

$$s_b^2 = \frac{(n - 1) s_x^2 + n \bar{x}^2}{n} \cdot s_a^2 \quad (1-9)$$

- s_a^2 Varianz von a

- s_b^2 Varianz von b

⁷ [4], Seite 704ff

2 Bestimmung der Unsicherheiten aller Eingangsgrößen

2.1 Berechnung der emittierten Schadstoffmengen

$$M_i = \frac{V_{mix} \cdot Q_i \cdot k_H \cdot C_i \cdot 10^{-6}}{d} \quad (2-1)^8$$

M_i Emittierte Schadstoffmenge in $\frac{g}{km}$ des Schadstoffes i .

V_{mix} Volumen der verdünnten Abgase bei Normalbedingungen (273,2 K und 101,33 kPa) in Liter pro Prüfung.

Q_i Dichte des Schadstoffes i bei Normalbedingungen in $\frac{g}{l}$.

k_H Feuchtekorrekturfaktor für die Berechnung der emittierten Menge NO_x . Für andere Schadstoffe gibt es keine Feuchtekorrektur.

C_i Korrigierte Konzentration des Schadstoffes i in den verdünnten Abgasen in ppm .

d Strecke des Fahrzyklus in km .

$$C_i = C_e - C_d \left(1 - \frac{1}{DF} \right) \quad (2-2)^9$$

C_e gemessene Konzentration des Schadstoffes i in den verdünnten Abgasen in ppm .

C_d gemessene Konzentration des Schadstoffes i in der, für die Verdünnung verwendeten Luft, in ppm (Hintergrundbelastung bei der Messung).

DF Verdünnungsfaktor

⁸ [2], Anlage 8, Gleichung (1)

⁹ [2], Anlage 8, Gleichung (4)

$$DF = \frac{13,4}{C_{CO_2} + (C_{HC} + C_{CO}) \cdot 10^{-4}} \quad (2-3)^{10}$$

C_{CO_2} CO₂-Konzentration in den verdünnten Abgasen im Auffangbeutel in %.

C_{HC} HC-Konzentration in den verdünnten Abgasen im Auffangbeutel in *ppm* Kohlenstoffäquivalent.

C_{CO} CO-Konzentration in den verdünnten Abgasen im Auffangbeutel in *ppm* .

$$k_H = \frac{1}{1 - 0,039 \cdot (H - 10,71)} \quad (2-4)^{11}$$

H Absolute Feuchte in $\frac{g}{kg}$ (Gramm Wasser pro Kilogramm trockener Luft).

$$H = \frac{6,211 \cdot R_a \cdot P_d}{P_B - P_d \cdot R_a \cdot 10^{-2}} \quad (2-5)^{12}$$

R_a Relative Feuchte der Umgebungsluft in %.

P_d Sättigungsdampfdruck bei Umgebungstemperatur.

P_B Luftdruck im Prüfraum in *kPa* .

¹⁰ [2], Anlage 8, Gleichung (5a)

¹¹ [2], Anlage 8, Gleichung (6)

¹² [2], Anlage 8

2.2 Beschreibung der Messanordnung

Der Prüfling wird am Rollenprüfstand aufgespannt (Abbildung 2-1 a). Alle akkreditierten Messungen, die in dieser Arbeit betrachtet werden, werden nach dem Fahrzyklus NEDC (New European Drive Cycle) durchgeführt. Die Messung wird in zwei Phasen aufgeteilt. Die erste Phase dauert 780 Sekunden und dient der Bestimmung der Emissionen im innerstädtischen Bereich. Der zweite Teil der Messung dauert 400 Sekunden und wird für die Messung der emittierten Schadstoffmenge im außerstädtischen Bereich durchgeführt. Die vorgeschriebene Fahrkurve ist in Abbildung 4-1 im Anhang dargestellt.



Abbildung 2-1: Rollenprüfstand

a) Fahrzeug am Rollenprüfstand

b) Befestigung der Abgasabsaugung am Auspuff

Zur Probennahme wird am Auspuff des Fahrzeuges ein Schlauch befestigt (Abbildung 2-1 b). Die abgesaugten Abgase werden in der CVS-Anlage¹³ mit Umgebungsluft verdünnt. Dies ist notwendig, um das Abgas abzukühlen und dadurch Kondensatbildung im Messsystem zu vermeiden. Ein Teil des verdünnten Abgases wird in Analysebeuteln aufgefangen (Abbildung 2-3 b). Nach der Probennahme (Ende Phase 2) wird die Konzentration der Schadstoffe gemessen. Für Phase 1 und Phase 2 werden getrennte Beutel verwendet.

¹³ CVS ist die Abkürzung für „Constant Volume Sampling“

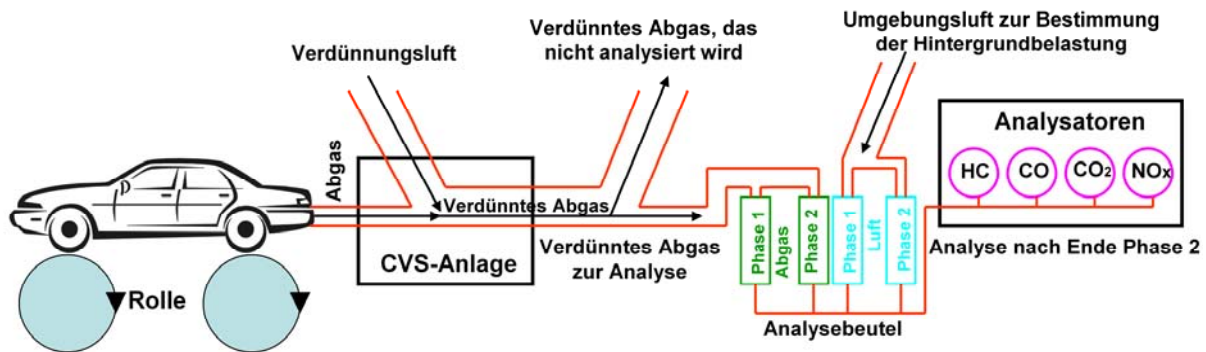


Abbildung 2-2: Prinzipieller Messaufbau

In der CVS-Anlage werden definierte Volumenströme zur Abgasabsaugung eingestellt. Dafür wird ein Venturirohr¹⁴ verwendet (Abbildung 2-3 a), das im überkritischen Bereich betrieben wird. Verschiedene Volumendurchsätze werden erreicht, in dem mehrere Venturidüsen in unterschiedlichen Kombinationen geschaltet werden. Der kleinste Volumendurchsatz beträgt 4 m³/min und lässt sich in 2 m³/min Schritten bis 30 m³/min erhöhen. Im Ergebnisbericht werden die unterschiedlichen Volumendurchsätze mit der Bezeichnung „Durchsatzstufe“ ausgewiesen.



a



b

Abbildung 2-3: CVS-Anlage

- a) Venturidüsen mit unterschiedlichen Querschnitten für unterschiedliche Volumenströme
- b) Analysebeutel zum Sammeln des Abgases während der Messung

¹⁴ Die Bezeichnungen Venturirohr und Venturidüse werden in dieser Arbeit synonym verwendet.

Zur Analyse der Schadstoffkonzentration im Abgas werden für jeden Schadstoff spezielle Analysatoren verwendet. Jeder Analysator hat 4 unterschiedliche Messbereiche. Da die Größenordnung der zu erwartenden Emission bekannt ist, werden maximal 2 Messbereiche verwendet (siehe Tabelle 2-1). Gemessen werden die Konzentrationen der Schadstoffe CO, CO₂, HC, NO, NO_x und CH₄.

Tabelle 2-1: Analysatoren und Messbereiche

Schadstoff	Bezeichnung und Messbereich			
CO	Range 1	0 – 50 ppm	Range 2	0 – 100 ppm
CO ₂	Range 2	0 – 20000 ppm		
HC	Range 2	0 – 100 ppm	Range 3	0 – 250 ppm
NO _x	Range 1	0 – 100 ppm	Range 2	0 – 250 ppm

Die Analysatoren werden vor jeder Messung automatisch kalibriert. Sollte dabei eine zu große Abweichung festgestellt werden, wird der Messablauf mit einer Fehlermeldung unterbrochen. Für diese Überprüfung wird vor der eigentlichen Messung ein Prüfgas in das Messsystem eingebracht, von dem die Konzentration des Schadstoffes bekannt ist. Dabei wird die Konzentration des Schadstoffes so gewählt, dass sie sich im oberen Messbereich des Analysators befindet. Für die Überprüfung des NO_x-Analysators im Messbereich 1 (0 ppm - 100 ppm) wird ein Prüfgas mit einer Konzentration von ca. 95 ppm verwendet. Der Nullpunkt wird zusätzlich mit einem Kalibriergas ohne Schadstoff (Nullgas) überprüft. Nach der Kalibrierung folgt der eigentliche Messvorgang (Abbildung 2-4).

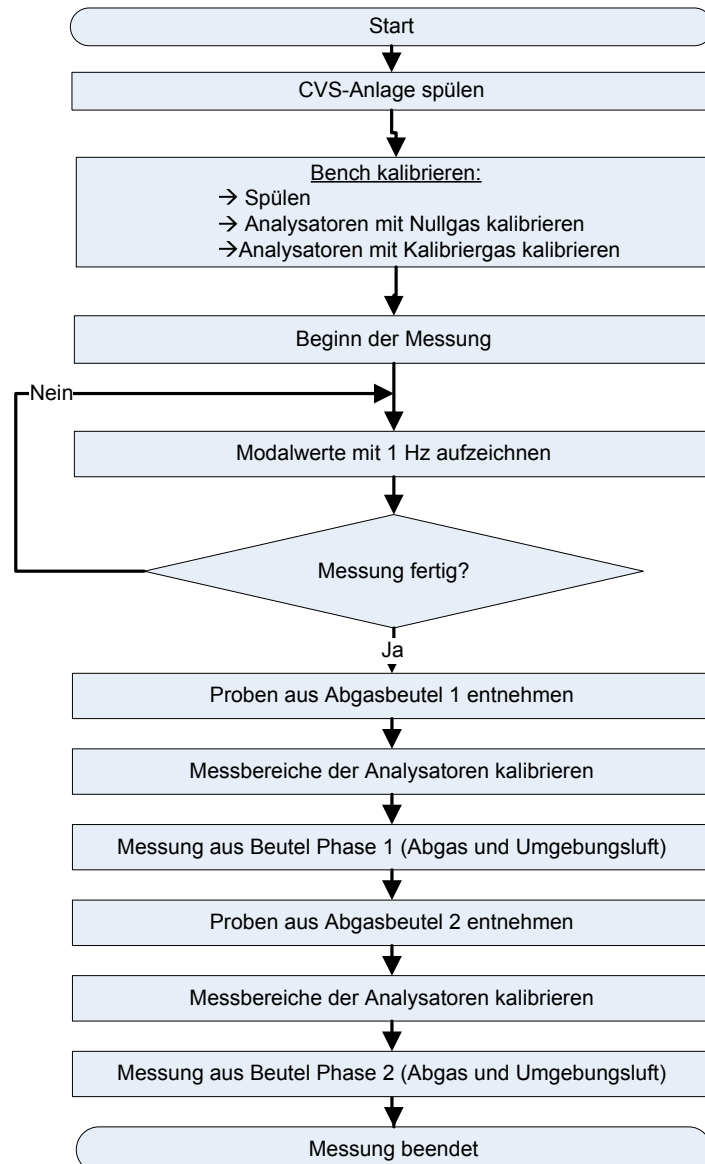


Abbildung 2-4: Prinzipieller Messablauf zur Bestimmung der Konzentrationen der Schadstoffe

2.3 Auslesen der Daten aus den Ergebnisberichten

Die Messergebnisse werden vom Hostrechner des Rollenprüfstandes automatisch in einer Microsoft Excel Arbeitsmappe gespeichert. Für jeden Test wird ein Ergebnisprotokoll angelegt, das alle relevanten Messergebnisse beinhaltet. Um die nötigen Daten für die statistischen Analysen zur Verfügung zu stellen, werden die benötigten Daten automatisch mit Matlab aus den einzelnen Ergebnisprotokollen ausgelesen. In dieser Arbeit werden alle Versuche berücksichtigt, die in den Jahren 2007 und 2008 im akkreditierten Umfang durchgeführt wurden. In Summe handelt es sich dabei um 287 Messungen. Der Ablauf der Messung ist bei akkreditierten Tests immer exakt gleich. Daher eignen sich diese Daten als Basis für statistische Untersuchungen.

Das Auslesen der Daten aus den Ergebnisprotokollen ist zeitaufwendig. Darum werden die ausgelesenen Daten in einer zentralen Arbeitsmappe gespeichert. Für die einzelnen statistischen Analysen werden die benötigten Daten aus diesem zentralen Dokument gelesen.

2.4 Bestimmung der Unsicherheit des auf Normalbedingungen korrigierten Volumens V_{mix}

Das auf Normalbedingungen korrigierte Volumen wird mit der CVS-Anlage gemessen. Im Ergebnisbericht wird V_{mix} mit der Bezeichnung „CVS Volumen [0°C]“ in m^3 angegeben. Zusätzlich wird im Ergebnisbericht auch der korrigierte Volumenstrom in m^3/min aufgelistet. Dafür wird in der vorliegenden Arbeit die Bezeichnung $V_{mixStream}$ verwendet. Unter Normalbedingungen versteht man eine absolute Temperatur von 273,2 K und einen Umgebungsluftdruck von 1013,3 mbar.

2.4.1 Problembeschreibung

Der gemessene Wert von V_{mix} wird im Ergebnisbericht angegeben. Unbekannt ist die Messunsicherheit von V_{mix} . Diese muss ermittelt werden, damit über das Fehlerfortpflanzungsgesetz die Unsicherheit des Endergebnisses (Emission der Schadstoffe im Abgas) berechnet werden kann.

Im Gesetz wird vorgeschlagen, das korrigierte Volumen mit einer Verdrängerpumpe zu bestimmen. Die dafür vorgegebenen Gleichungen sind für die Volumenmessung mit Venturirohr nicht gültig.¹⁵

Eine Empfehlung der Europäischen Kommission gibt die zu erwartenden Unsicherheiten für die Volumenbestimmung mit überkritisch betriebem Venturirohr bei konstanten Betriebsbedingungen zwischen 1 und 3 % an.¹⁶

In den nachfolgenden Abschnitten wird versucht, diese Aussage mit Mitteln der mathematischen Statistik zu überprüfen. Die Untersuchungen werden mit $V_{mixStream}$ durchgeführt. Diese Größe ist von der Messzeit unabhängig und erlaubt den direkten Vergleich von Prüfungen mit unterschiedlicher Messdauer (2-6).

$$V_{mixStream} = \frac{V_{mix}}{t_{mess}} \quad (2-6)$$

¹⁵ [2], Anlage 8, Gleichung (2)

¹⁶ [3], L59/13 Tabelle 2

Hier bedeuten:

$V_{mixStream}$ Auf Normalbedingungen korrigierter Volumenstrom in $\frac{m^3}{min}$

V_{mix} Auf Normalbedingungen korrigiertes Volumen in m^3

t_{mess} Messzeit in min

2.4.2 Bestimmung der Einflussgrößen

Die für die Auswertung nötigen Daten werden aus den Ergebnisprotokollen ausgelesen (siehe Abschnitt 2.3). In Summe wurden im Beobachtungszeitraum 287 gültige akkreditierte Messungen nach NEDC durchgeführt.

Grundsätzlich ist damit zu rechnen, dass Temperatur, Druck und Durchsatzstufe einen Einfluss auf $V_{mixStream}$ haben. Es werden die, in Tabelle 2-2 aufgelisteten, Messergebnisse aus den Ergebnisprotokollen gelesen. Anhand dieser Daten wird untersucht, ob ein Zusammenhang zum korrigierten Volumenstrom besteht. Im Ergebnisprotokoll werden die Resultate beider Phasen getrennt angeführt. Es werden beide Werte gelesen und getrennt analysiert.

Tabelle 2-2: Mögliche Einflüsse auf $V_{mixStream}$

Beschreibung	Bezeichnung im Ergebnisbericht	Einheit	Variablenbezeichnung
Temperatur in der Prüfzelle	Umgebungstemperatur	°C	T_{Raum}
Temperatur vor der Venturidüse	CVS Eingangstemperatur	°C	T_{VentIn}
Barometrischer Luftdruck in der Prüfzelle	Luftdruck	mbar	P_{Raum}
Druck vor der Venturidüse	CVS Eingangsdruck	mbar	P_{VentIn}
Durchsatzstufe der CVS-Anlage (durch Hintereinanderschalten von Venturidüsen mit unterschiedlichem Durchsatz)	Durchsatzstufe	-	$Stufe$

Es wird die gesamte Messanordnung als Blockschaltung betrachtet (Abbildung 2-5). Einzige bekannte Größe dieser Anordnung ist $V_{mixStream}$. Unbekannt sind die Eingangsvariablen (x_1 bis x_n) und die Übertragungsfunktion.

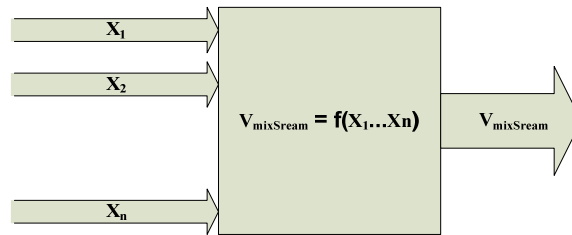


Abbildung 2-5: Mögliche Einflussgrößen auf $V_{mixStream}$

Um festzustellen, ob ein Parameter einen linearen Einfluss auf das Ausgangssignal hat, wird nach (1-5) der empirische Korrelationskoeffizient gebildet. Zur Veranschaulichung wird in (2-9) der empirische Korrelationskoeffizient für die Eingangsgröße „Durchsatzstufe der CVS-Anlage“ und die Ausgangsgröße „korrigierter Volumenstrom“ berechnet.

Es gilt:

$n = 287$ Stichprobenwerte

Nach (1-1) werden die Mittelwerte von $Stufe$ und $V_{mixStream}$ berechnet.

$$\overline{Stufe} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n Stufe_i = 4,84 \quad (2-7)$$

$$\overline{V_{mixStream}} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n V_{mixStream_i} = 9,04 \frac{m^3}{min} \quad (2-8)$$

Für den empirischen Korrelationskoeffizienten gilt:

$$r(Stufe, V_{mixStream}) = \frac{\sum_{i=1}^n Stufe_i V_{mixStream_i} - n \cdot \overline{Stufe} \cdot \overline{V_{mixStream}}}{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^n Stufe_i^2 - n \overline{Stufe}^2 \right) \left(\sum_{i=1}^n V_{mixStream_i}^2 - n \overline{V_{mixStream}}^2 \right)}} = 0,9885 \quad (2-9)$$

Es besteht eine lineare Abhängigkeit zwischen der jeweiligen Durchsatzstufe und dem korrigierten Volumenstrom.

Analog dazu werden die restlichen empirischen Korrelationskoeffizienten bestimmt. Die Auswertung erfolgt mit der Matlabfunktion „KorrKoeff“ (siehe dazu im Anhang Kapitel 4.1.1). Die Ergebnisse sind in Tabelle 2-3 dargestellt. Ein Einfluss von P_{VentIn} auf $V_{mixStream}$ kann nicht ausgeschlossen werden. Die restlichen untersuchten Größen haben keinen Einfluss auf $V_{mixStream}$.

Tabelle 2-3: Empirische Korrelationskoeffizienten

	Phase 1	Phase 2
$r(V_{mixStream}, T_{Raum})$	0,0511	0,0646
$r(V_{mixStream}, T_{VentIn})$	-0,1396	0,1430
$r(V_{mixStream}, P_{Raum})$	0,0953	0,0983
$r(V_{mixStream}, P_{VentIn})$	-0,7148	-0,7117
$r(V_{mixStream}, Stufe)$	0,9885	0,9886

In Abbildung 2-6 ist der lineare Zusammenhang zwischen Durchsatzstufe und korrigiertem Volumenstrom erkennbar.

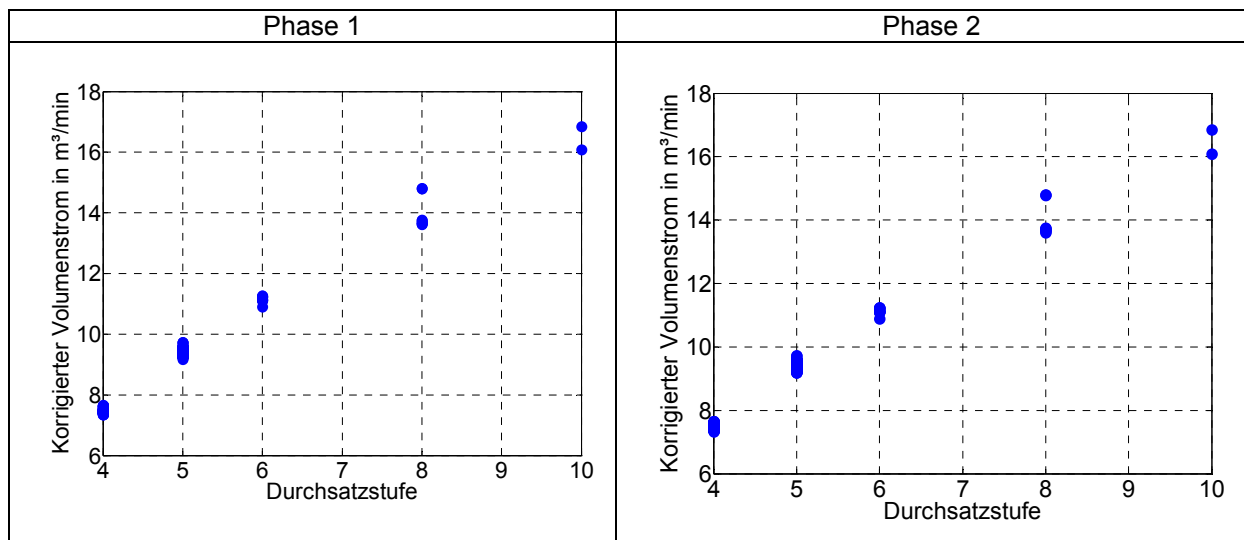


Abbildung 2-6: Zusammenhang zwischen $V_{mixStream}$ und P_{VentIn}

In einer weiteren Analyse wird der Zusammenhang zwischen P_{VentIn} und $V_{mixStream}$ in Abhängigkeit von der Durchsatzstufe untersucht. Dazu wird die vorliegende Stichprobe in einzelne, von der Durchsatzstufe abhängige, Stichproben geteilt. Die Anzahl der Stichprobenwerte pro Teilerstufe ist in Tabelle 2-4 aufgelistet.

Tabelle 2-4: Stichprobenwerte pro Durchsatzstufe

Stufe	4	5	6	7	8	9	10	Σ
n_{Stufe}	92	174	11	-	8	-	2	287

Hier bedeuten:

n_{Stufe} Anzahl der Stichprobenwerte pro Stufe

Für die Durchsatzstufen 6, 8 und 10 stehen nicht genug Stichprobenwerte zur Verfügung, um diese repräsentativ auswerten zu können. Mit den Stufen 7 und 8

wurden im Beobachtungszeitraum keine Messungen durchgeführt. Die weiteren Untersuchungen konzentrieren sich auf die Durchsatzstufen 4 und 5.

Die empirischen Korrelationskoeffizienten werden in Abhängigkeit von der Durchsatzstufe bestimmt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 2-5 aufgelistet.

Tabelle 2-5: Empirische Korrelationskoeffizienten in Abhängigkeit von der Durchsatzstufe

Stufe 4	Phase 1	Phase 2
$r(V_{mixStream}, T_{Raum})$	0,0435	0,1598
$r(V_{mixStream}, T_{VentIn})$	-0,0431	-0,1099
$r(V_{mixStream}, P_{Raum})$	0,6678	0,6940
$r(V_{mixStream}, P_{VentIn})$	0,9925	0,9948
Stufe 5	Phase 1	Phase 2
$r(V_{mixStream}, T_{Raum})$	0,1013	0,0936
$r(V_{mixStream}, T_{VentIn})$	-0,1025	-0,2802
$r(V_{mixStream}, P_{Raum})$	0,7265	0,7640
$r(V_{mixStream}, P_{VentIn})$	0,9315	0,9894

Ein Einfluss der Raumtemperatur und der Temperatur des verdünnten Abgasstroms vor dem Venturirohr wird anhand der Ergebnisse aus Tabelle 2-5 ausgeschlossen.

Der Druck vor dem Venturirohr beeinflusst den korrigierten Volumenstrom (siehe (2-10)). Zusätzlich hat der Luftdruck in der Prüfzelle einen Einfluss auf $V_{mixStream}$. Dies liegt am angewandten Messverfahren. Der Druck vor Venturi wird mit einem Sensor ermittelt, der den absoluten Luftdruck misst. Änderungen des Umgebungsluftdrucks haben dadurch direkten Einfluss auf P_{VentIn} . Zufällige Schwankungen im Umgebungsdruck und somit des Messergebnisses von P_{VentIn} finden immer statt.

$$V_{mixStream} = f(P_{VentIn}) \quad (2-10)$$

Der lineare Zusammenhang zwischen P_{VentIn} und $V_{mixStream}$ ist in Abbildung 2-7 dargestellt. Das verrauschte Anstiegsverhalten wird durch stochastische Einflüsse auf die Messergebnisse verursacht.

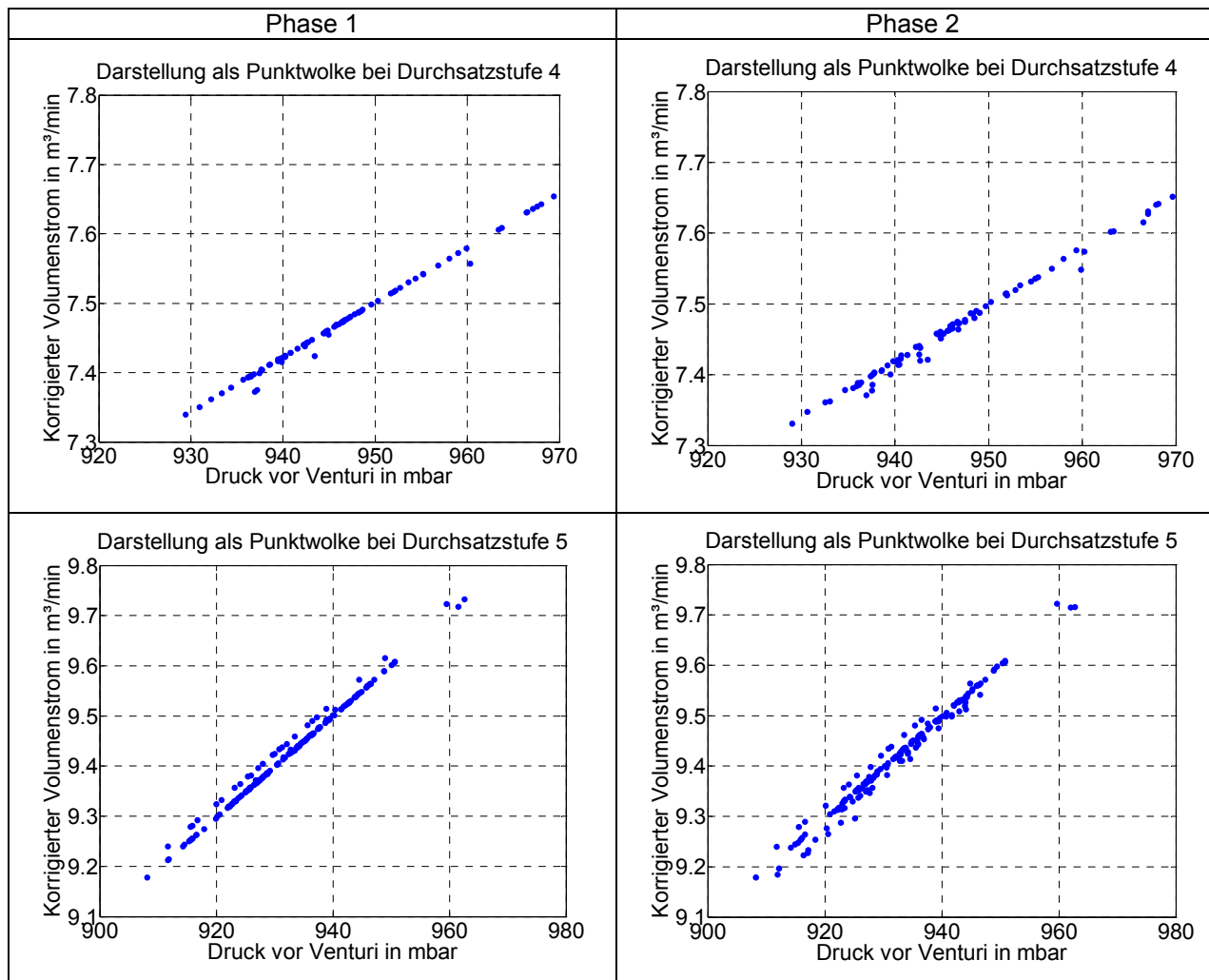


Abbildung 2-7: Zusammenhang zwischen $V_{mixStream}$ und P_{VentIn}

2.4.3 Formulieren der Modellgleichung

$V_{mixStream}$ und P_{VentIn} sind linear voneinander abhängig (siehe (2-11)). Unbekannt sind die Steigung der Geraden sowie deren Offset.

$$V_{mixStream} = a \cdot P_{VentIn} + b \quad (2-11)$$

Hier bedeuten:

a Steigung der Geraden in $\frac{m^3}{min \cdot mbar}$

b Achsenabschnitt oder Offset in $\frac{m^3}{min}$

Die Regressionskoeffizienten a und b werden mithilfe der Ausgleichsrechnung nach der „Gaußschen Methode der kleinsten Fehlerquadrate“ bestimmt (siehe (1-6) und (1-7)).¹⁷

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n P_{VentIn_i} V_{mixStream_i} - n \overline{P_{VentIn}} \overline{V_{mixStream}}}{\sum_{i=1}^n P_{VentIn_i}^2 - n \overline{P_{VentIn}}^2} \quad (2-12)$$

$$b = \overline{V_{mixStream}} - a \overline{P_{VentIn}} \quad (2-13)$$

Die Berechnung der einzelnen Regressionskoeffizienten erfolgt mit der Matlabfunktion „LinReg“ (siehe Anhang 4.1.2). Die Ergebnisse sind in Tabelle 2-6 dargestellt.

Tabelle 2-6: Regressionskoeffizienten bei Stufe 4 und 5

Durchsatzstufe 4	Phase 1	Phase 2
a in $\frac{m^3}{min \cdot mbar}$	$7,892 \cdot 10^{-3}$	$7,911 \cdot 10^{-3}$
b in $\frac{m^3}{min}$	$2,73 \cdot 10^{-3}$	$-19,40 \cdot 10^{-3}$
Durchsatzstufe 5	Phase 1	Phase 2
a in $\frac{m^3}{min \cdot mbar}$	$10,031 \cdot 10^{-3}$	$10,203 \cdot 10^{-3}$
b in $\frac{m^3}{min}$	$74,51 \cdot 10^{-3}$	$-93,81 \cdot 10^{-3}$

Für Phase 1 und Phase 2 wurden vergleichbare Regressionskoeffizienten ermittelt ($a_{Phase1} \approx a_{Phase2}$ und $b_{Phase1} \approx b_{Phase2} \approx 0$).

Zur Veranschaulichung wird die Regressionsgerade in die Punktwolke der Messergebnisse von Durchsatzstufe 5, Phase 2 gelegt (siehe Gleichung (2-14) und Abbildung 2-8).

$$V_{mixStream} = 10,203 \cdot 10^{-3} \cdot P_{VentIn} - 93,81 \cdot 10^{-3} \quad (2-14)$$

¹⁷ Ausführlich beschrieben ist die „Gaußsche Methode der kleinsten Fehlerquadrate“ bei [4], Seite 696ff. In [1], H3 wird diese Methode in einem anderen Zusammenhang mit ähnlicher Problematik explizit empfohlen.

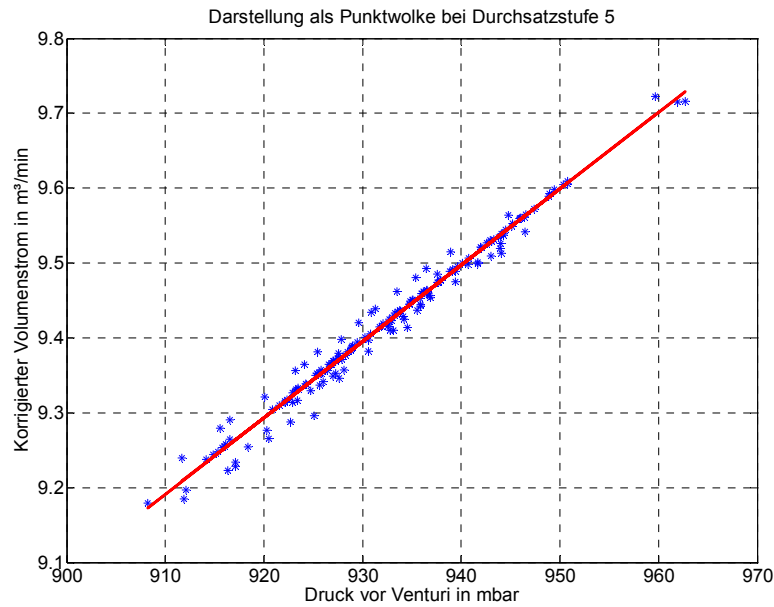


Abbildung 2-8: Darstellung der Regressionsgeraden bei Durchsatzstufe 5, Phase 2

Zur Kontrolle werden die gemessenen Werte mit den berechneten Werten verglichen. Dargestellt ist dies in Abbildung 2-9 für die Stufe 5, Phase 2. Die Ergebnisse korrelieren mit geringfügigen Schwankungen.

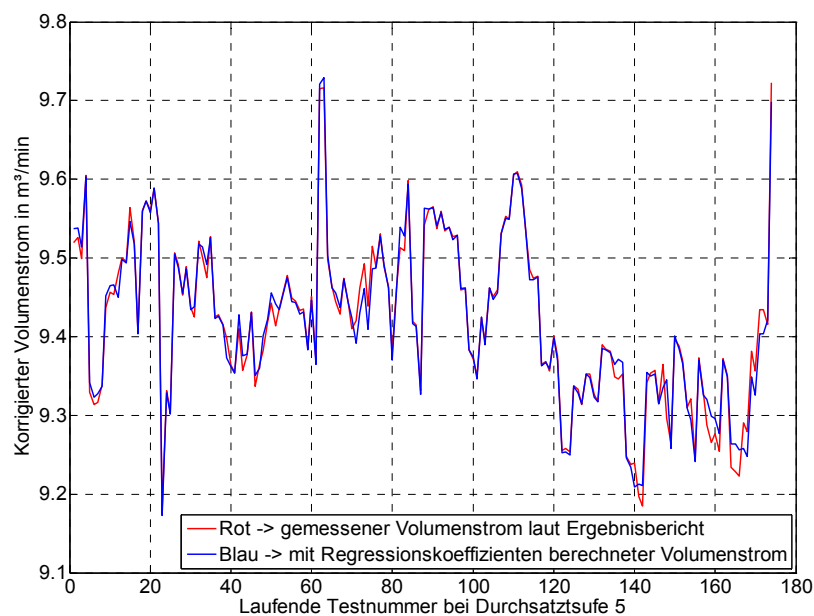


Abbildung 2-9: Gegenüberstellung von Messwerten und Werten, die mit der Modellgleichung ermittelt werden.

Der maximale Unterschied zwischen Messwert und mit (2-11) berechnetem Wert der 4 ausgewerteten Stichproben tritt bei Stufe 5, Phase 2 auf. Hier beträgt der Absolutwert der relativen Abweichung 0,52 % vom Messwert (Abbildung 2-10).

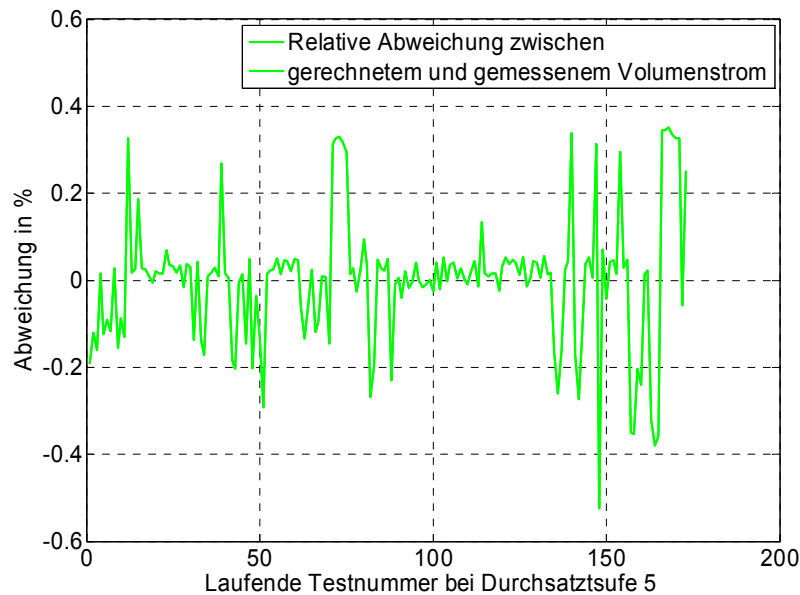


Abbildung 2-10: Relative Abweichung zwischen gemessenem und gerechnetem Volumenstrom

2.4.4 Bestimmung der Unsicherheiten der Regressionskoeffizienten

Die Regressionskoeffizienten werden aus einer Stichprobe mit einer endlichen Anzahl an Messwerten bestimmt. Eine exakte Bestimmung der Parameter a und b ist durch die zufälligen Schwankungen der Messwerte nicht möglich. Zur Berechnung der Unsicherheit von $V_{mixStream}$ mit dem Fehlerfortpflanzungsgesetz müssen die Unsicherheiten von a und b bestimmt werden.¹⁸ Dies geschieht durch die Ermittlung der empirischen Restvarianz (siehe (1-8) und (1-9)).

$$s_a = \sqrt{\frac{(1 - r(V_{mixStream}, P_{VentIn})^2) \cdot s_{V_{mixStream}}^2}{(n_{Stufe} - 2) \cdot s_{P_{VentIn}}^2}} \quad (2-15)$$

$$s_b = \sqrt{\frac{(n - 1) \cdot s_{P_{VentIn}}^2 + n \cdot \overline{P_{VentIn}}^2}{n_{Stufe}} \cdot s_a^2} \quad (2-16)$$

¹⁸ Die Unsicherheit von P_{VentIn} ist durch die Kalibrierung des Sensors bekannt.

Hier bedeuten:

s_a Standardabweichung von a in $\frac{m^3}{\text{min} \cdot \text{mbar}}$

s_b Standardabweichung von b in $\frac{m^3}{\text{min}}$

Die Berechnung erfolgt mit der Matlabfunktion „RestVar“ (siehe im Anhang 4.1.3). Die Ergebnisse sind in Tabelle 2-7 dargestellt.

Tabelle 2-7: Standardabweichungen der Regressionskoeffizienten

Durchsatzstufe 4	Phase 1	Phase 2
s_a in $\frac{m^3}{\text{min} \cdot \text{mbar}}$	$60,7 \cdot 10^{-6}$	$71,8 \cdot 10^{-6}$
s_b in $\frac{m^3}{\text{min}}$	$57,4 \cdot 10^{-3}$	$67,9 \cdot 10^{-3}$
Durchsatzstufe 5	Phase 1	Phase 2
s_a in $\frac{m^3}{\text{min} \cdot \text{mbar}}$	$70,5 \cdot 10^{-6}$	$105 \cdot 10^{-6}$
s_b in $\frac{m^3}{\text{min}}$	$65,8 \cdot 10^{-3}$	$98,2 \cdot 10^{-3}$

2.4.5 Feststellen der Verteilung

Von der Modellgleichung (2-11) sind alle Unsicherheitskomponenten bekannt. Die Standardabweichung von $V_{\text{mixStream}}$ kann über das Fehlerfortpflanzungsgesetz berechnet werden (Abschnitt 2.4.6). Um die erweiterte Unsicherheit aus der Standardabweichung bestimmen zu können, ist Kenntnis über die Verteilung der Stichprobenwerte notwendig.

In einem ersten Schritt wird versucht, die Verteilung graphisch zu bestimmen. Hierzu wird die Häufigkeitsverteilung als Balkendiagramm dargestellt (Histogramm). Die vorhandene Stichprobe wird dabei in $\sqrt{n_{\text{Stufe}}}$ Klassen geteilt. Die Klassen werden auf der X-Achse aufgetragen. Die Anzahl der Stichprobenwerte pro Klasse wird auf der Y-Achse aufgetragen.

Die Häufigkeitsverteilung der einzelnen Stichproben ist in Abbildung 2-11 dargestellt. Eine subjektive Beurteilung lässt vermuten, dass die Stichprobenwerte normalverteilt sind.

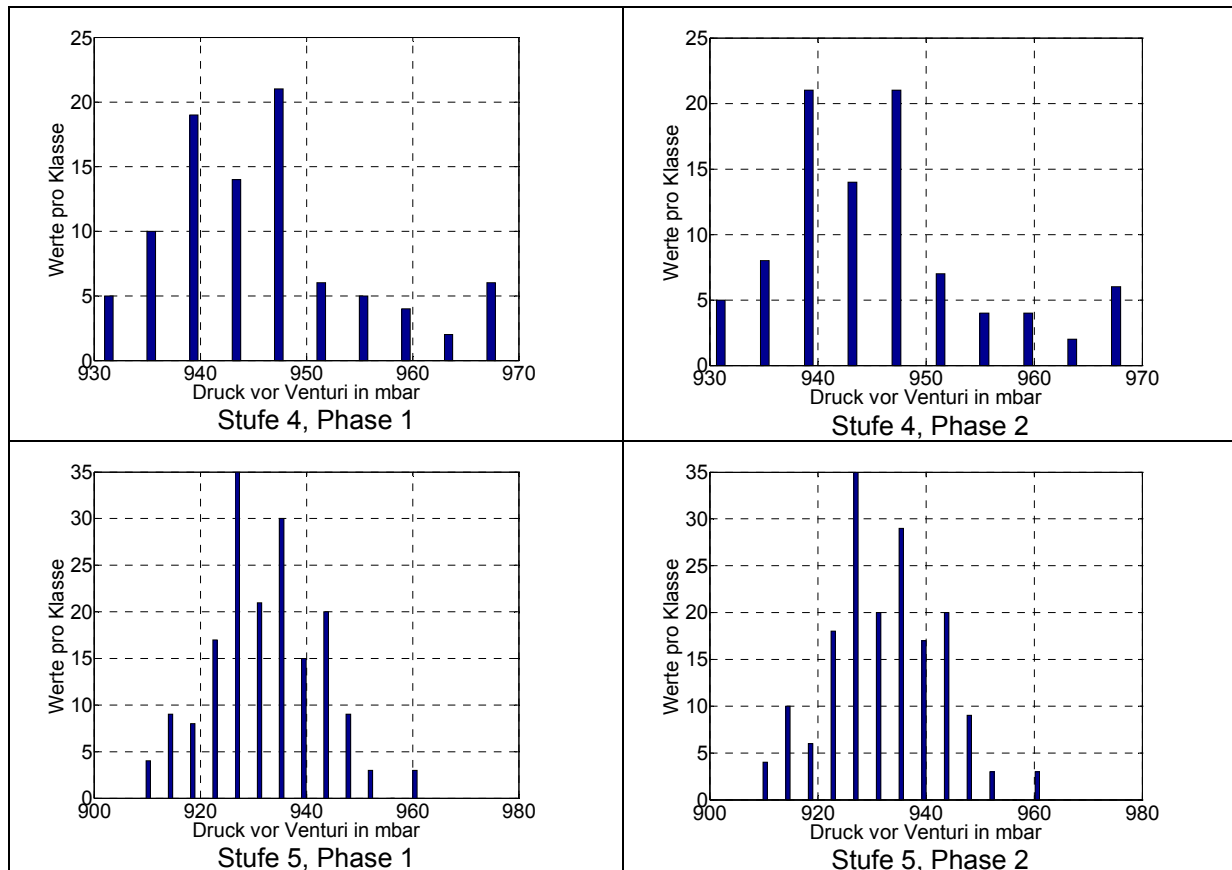


Abbildung 2-11: Häufigkeitsverteilung von P_{VentIn} bei Stufe 4 und 5

Im Folgenden wird diese subjektive Annahme mit einem objektiven Verteilungstest überprüft. Der gebräuchlichste Verteilungstest ist der Chi-Quadrat-Test („ χ^2 -Test“).¹⁹

Es wird eine Nullhypothese gegen eine Alternativhypothese getestet. Da hier von einer Normalverteilung ausgegangen wird, gilt für die Nullhypothese:

$$H_0 : F(P_{VentIn}) = F_0(P_{VentIn}) = \phi\left(\frac{P_{VentIn} - \mu}{\sigma}\right) \quad (2-17)$$

Dem gegenüber steht die Alternativhypothese:

$$H_1 : F(P_{VentIn}) \neq F_0(P_{VentIn}) = \phi\left(\frac{P_{VentIn} - \mu}{\sigma}\right) \quad (2-18)$$

Exemplarisch wird der Test für die Durchsatzstufe 4, Phase 1 durchgeführt. Hier besteht der größere Zweifel auf Normalverteilung.

¹⁹ [4], Seite 601ff beschreibt das Verfahren ausführlich. Der hier durchgeführte Test orientiert sich an dieser Vorgehensweise.

- **Schritt 1: Unterteilung der Stichproben in k Klassen**

Zuerst werden die n_{Stufe} Stichproben in k Klassen geteilt. Jede Klasse soll mindestens 5 Stichprobenwerte enthalten. Die 92 Messwerte, die im Beobachtungszeitraum bei der Durchsatzstufe 4 gemessen wurden, werden in 5 Klassen unterteilt (Abbildung 2-12).

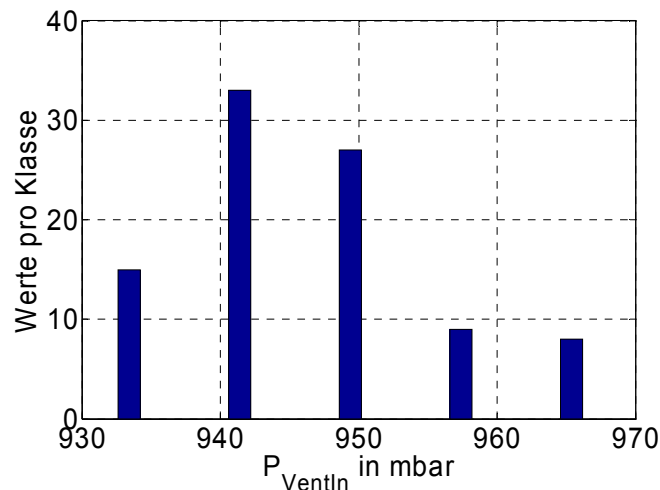


Abbildung 2-12: Häufigkeitsverteilung Durchsatzstufe 4, Phase 1

Die Klassengrenzen, sowie die Klassenmittel sind in Abbildung 2-13 dargestellt. Als Klassenbreite ΔP_{VentIn} werden 8,2 mbar festgelegt.

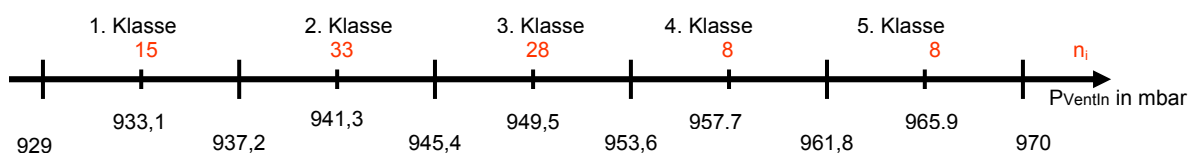


Abbildung 2-13: Klassenaufteilung für Chi-Quadrat-Test

- **Schritt 2: Schätzen der Parameter μ und σ**

Mittelwert und Standardabweichung sind unbekannt und müssen aus der Stichprobe bestimmt werden. Für den Mittelwert gilt nach (1-1):

$$\mu \approx \overline{P_{VentIn}} = \frac{1}{92} \sum_{i=1}^{92} P_{VentIn i} = 945,71 \text{ mbar} \quad (2-19)$$

Die Standardabweichung nach (1-3):

$$\sigma \approx s = \sqrt{\frac{1}{91} \cdot \sum_{i=1}^{92} (P_{VentIn i} - \overline{P_{VentIn}})^2} = 9,282 \text{ mbar} \quad (2-20)$$

- **Schritt 3: Bestimmung des Prüfwertes $\hat{\chi}^2$**

Nachdem Normalverteilung angenommen wird, gilt nach (2-18):

$$F_0(P_{VentIn}) = \Phi\left(\frac{P_{VentIn} - 945,71}{9,282}\right) \quad (2-21)$$

Berechnung der Wahrscheinlichkeit p_i

Es wird für die 5 Klassen die Wahrscheinlichkeit bestimmt, dass ein Wert in diese Klasse fällt.

1. Klasse:

$$-\infty < P_{VentIn} < 937,2 \text{ mbar}$$

$$p_1 = P(P_{VentIn} < 937,2) = F_0(937,2) = \Phi\left(\frac{937,2 - 945,71}{9,282}\right) = \Phi(-0,917) \quad (2-22)$$

Damit lässt sich aus Tabelle 4-1 im Anhang und linearer Interpolation die Wahrscheinlichkeit bestimmen, dass ein Wert in die 1. Klasse fällt.

$$p_1 = \Phi(-0,917) = 1 - 0,8204 = 0,1796 \quad (2-23)$$

2. Klasse:

$$937,2 \text{ mbar} \leq P_{VentIn} < 945,4 \text{ mbar}$$

Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Wert in der zweiten Klasse auftritt.

$$p_2 = F_0(945,4) - F_0(937,2) = \Phi\left(\frac{945,4 - 945,71}{9,282}\right) - \Phi\left(\frac{937,2 - 945,71}{9,282}\right) \quad (2-24)$$

$$p_2 = \Phi(-0,033) - 0,1796 = [1 - 0,5132] - 0,1796 = 0,3072$$

3. Klasse:

$$945,4 \text{ mbar} \leq P_{VentIn} < 953,6 \text{ mbar}$$

$$p_3 = F_0(953,6) - F_0(945,4) = \Phi\left(\frac{953,6 - 945,71}{9,282}\right) - \Phi\left(\frac{945,4 - 945,71}{9,282}\right) \quad (2-25)$$

$$p_3 = \Phi(0,850) - [1 - 0,5132] = 0,8023 - 0,4868 = 0,3155$$

4. Klasse:

$$953,6 \text{ mbar} \leq P_{VentIn} < 961,8 \text{ mbar}$$

$$p_4 = F_0(961,8) - F_0(953,6) = \Phi\left(\frac{961,8 - 945,71}{9,282}\right) - \Phi\left(\frac{953,6 - 945,71}{9,282}\right) \quad (2-26)$$

$$p_4 = \Phi(1,733) - 0,8023 = 0,9585 - 0,8023 = 0,1562$$

5. Klasse:

$$961,8 \text{ mbar} \leq P_{VentIn} < \infty$$

$$p_5 = F_0(\infty) - F_0(961,8) = 1 - \Phi\left(\frac{961,8 - 945,71}{9,282}\right) \quad (2-27)$$

$$p_5 = 1 - \Phi(1,733) = 1 - 0,9585 = 0,0415$$

Probe: Die Summe der Wahrscheinlichkeiten p_i muss 1 ergeben:

$$p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 = 0,1796 + 0,3072 + 0,3155 + 0,1562 + 0,0415 = 1 \quad (2-28)$$

Mit den ermittelten Wahrscheinlichkeiten wird die Tabelle für den Chi-Quadrat-Test aufgestellt (Tabelle 2-8).

Tabelle 2-8: Chi-Quadrat-Test

Klasse	\tilde{P}_{VentIn}	n_i	p_i	$n_i^* = n \cdot p_i$	$\Delta n_i = n_i - n_i^*$	$\frac{(\Delta n_i)^2}{n_i^*}$
	mbar					
1	933,1	15	0,1796	16,5232	-1,5232	0,1404
2	941,3	33	0,3072	28,2624	4,7376	0,7942
3	494,5	28	0,3155	29,026	-1,026	0,0363
4	957,7	8	0,1562	14,3704	-6,3704	2,8240
5	965,9	8	0,0415	3,818	4,182	4,5807
Σ		92	1	92	0	8,3755

Der gesuchte Testwert lautet:

$$\underline{\hat{\chi}^2 = 8,3755}$$

- Schritt 4: Bestimmung des nichtkritischen Bereichs**

Der kritische Bereich wird mithilfe der Tabelle 4-2 im Anhang bestimmt. Dafür sind die Parameter p (vorgegebene Wahrscheinlichkeit) und f (Anzahl der Freiheitsgrade) notwendig. Aufgrund des langen Beobachtungszeitraums von 2 Jahren wird als Signifikanzzahl $\alpha = 0,01$ gewählt. Damit beträgt die

Überdeckungswahrscheinlichkeit 99 %. Es wird also die Annahme getroffen, dass die untersuchte Stichprobe 99 % der möglichen Werte der Grundgesamtheit abdeckt.

Die Anzahl der Freiheitsgrade ist von der Anzahl der Klassen und der Anzahl der geschätzten Parameter abhängig (2-29).

$$f = (k - 1) - r = (5 - 1) - 2 = 2 \quad (2-29)$$

Hier bedeuten:

- f Anzahl der Freiheitsgrade.
- k Anzahl der Klassen.
- r Anzahl der Parameter des Chi-Quadrat-Testes, die geschätzt werden müssen.
Hier sind μ und σ unbekannt und werden aus der untersuchten Stichprobe geschätzt. Somit gilt: $r = 2$

Daraus folgt aus Tabelle 4-2:

$$c = z_{(p;f)} = z_{(0,99;2)} = 9,21 \quad (2-30)$$

- **Schritt 5: Testentscheidung**

Da der Testwert ($\hat{\chi}^2 = 8,3755$) in den nichtkritischen Bereich ($< 9,21$) fällt, kann die Nullhypothese beibehalten werden. Die Stichprobe stammt aus einer normalverteilten Grundgesamtheit.

2.4.6 Bestimmung der Unsicherheit des korrigierten Volumenstroms

Über das Fehlerfortpflanzungsgesetz kann die Unsicherheit von $V_{mixStream}$ berechnet werden. Die Sensitivitätskoeffizienten werden durch partielle Ableitung der Modellgleichung (2-11) bestimmt.

$$c_a = \frac{\partial V_{mixStream}}{\partial a} = P_{VentIn} \quad (2-31)$$

$$c_{P_{VentIn}} = \frac{\partial V_{mixStream}}{\partial P_{VentIn}} = a \quad (2-32)$$

$$c_b = \frac{\partial V_{mixStream}}{\partial b} = 1 \quad (2-33)$$

Die maximale erweiterte Unsicherheit des Drucksensors beträgt
 $U_{P_{VentIn}} = 1,30 \text{ mbar}^{20}$

Für die Unsicherheit von $V_{mixStream}$ gilt:

$$sV_{mixStream} = \sqrt{(s_a \cdot c_a)^2 + (sP_{VentIn} \cdot c_{P_{VentIn}})^2 + s_b^2} \quad (2-34)$$

$$sP_{VentIn} = \frac{U_{P_{VentIn}}}{2} \quad (2-35)$$

Nach (2-34) ergeben sich die in Tabelle 2-9 aufgelisteten Unsicherheiten. Die relativen Unsicherheiten beziehen sich auf den jeweiligen Messwert von $V_{mixStream}$.

Tabelle 2-9: Minimale und maximale Standardabweichungen, erweiterte Unsicherheiten und relative erweiterte Unsicherheiten bei der Messung von $V_{mixStream}$

	s in $\frac{m^3}{min}$		$U(k=2)$ in $\frac{m^3}{min}$		$U_{rel}(k=2)$ in %	
Durchsatzstufe 4	min	max	min	max	min	max
Phase 1	0,081	0,083	0,162	0,166	2,2	2,2
Phase 2	0,096	0,098	0,192	0,195	2,6	2,6
Durchsatzstufe 5	min	max	min	max	min	max
Phase 1	0,094	0,096	0,187	0,193	2,0	2,0
Phase 2	0,139	0,143	0,279	0,287	2,9	3,0

Die Unterschiede der erweiterten relativen Unsicherheiten zwischen Minimal- und Maximalwert sind so gering, dass diese durch Rundungsungenauigkeiten nur bei Durchsatzstufe 5, Phase 2 erkennbar sind. Die im Abschnitt 2.4.1 erwähnte Empfehlung der Europäischen Union (Unsicherheit bei Venturirohren zwischen 1% und 3%) wird erfüllt.

²⁰ Siehe Tabelle 2-23

2.5 Unsicherheitsbestimmung der Schadstoffkonzentrationen

Die zurzeit noch gültige Abgasnorm EURO 4 schreibt die Bestimmung von CO, CO₂, HC und NO_x vor. Die zusätzlich gemessenen Schadstoffkonzentrationen NO und CH₄ wurden in den Jahren 2007 und 2008 in den Ergebnisberichten nicht berücksichtigt. Die nachfolgende Unsicherheitsanalyse konzentriert sich auf die Schadstoffkonzentrationen, die laut EURO 4 vorgeschrieben sind.

Das Ergebnis der Kalibrierung, die automatisch vor jeder Messung durchgeführt wird²¹, wird nicht gespeichert. Eine statistische Auswertung ist daher auf Basis dieser Daten nicht möglich. Zusätzlich zu der automatischen Kalibrierung wird das lineare Ausgangsverhalten der Analysatoren einmal pro Monat überprüft. Die Ergebnisse dieser Kalibrierungen werden seit 05.10.2007 aufgezeichnet und dokumentiert.²² In dieser Arbeit werden alle verfügbaren Protokolle bis zum Stichtag 07.01.2009 ausgewertet. Nicht alle Analysatoren werden monatlich überprüft.

In den nachfolgenden Abschnitten wird die Messunsicherheit der Analysatoren zur Bestimmung der Schadstoffkonzentrationen CO, CO₂, HC und NO_x ermittelt.

2.5.1 Bestimmung von Unsicherheiten der Kalibrierkette

Zur Linearitätsüberprüfung werden den Analysatoren unterschiedliche Soll-Konzentrationen des jeweiligen Schadstoffes zur Analyse vorgegeben. Mit einem Gasteiler werden die Konzentrationen eingestellt, indem das Kalibriergas in unterschiedlichen Verhältnissen mit dem Nullgas gemischt wird.

Abbildung 2-14 zeigt, wie der Gasteiler an das Messsystem angeschlossen wird. Von den 16 möglichen Teilerstufen werden zur Standardüberprüfung 8 verwendet. Sollte sich bei der Überprüfung herausstellen, dass ein Analysator außerhalb der Toleranz ist, wird dieser automatisch neu linearisiert. Dazu werden in einer neuerlichen Kalibrierung alle 16 Teilerstufen geschaltet. Die von der Teilerstufe abhängige Konzentration wird mit (2-36) berechnet.

²¹ Siehe Abschnitt 2.2

²² Ein Beispiel für ein Kalibrierprotokoll findet sich im Anhang im Kapitel 4.3.1.

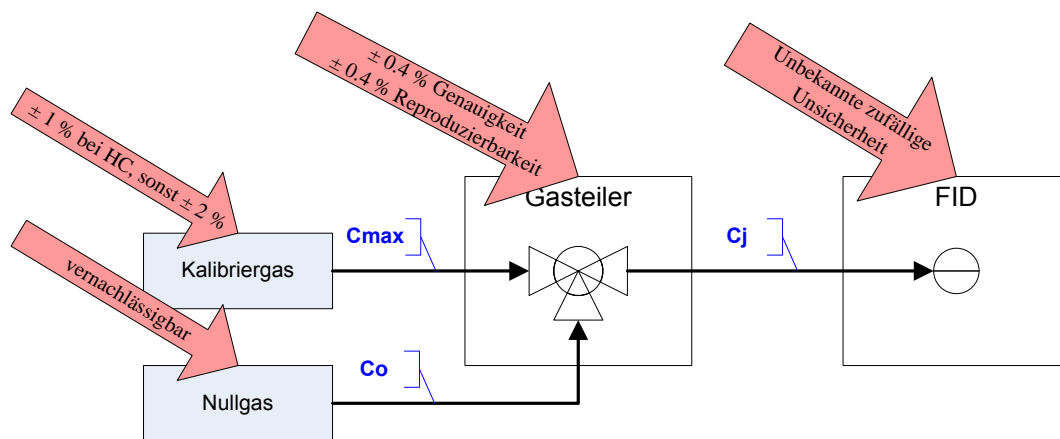


Abbildung 2-14: Prinzipieller Kalibrier Aufbau mit möglichen Unsicherheitseinflüssen

Der Sollwert für die Kalibrierung der Analysatoren entspricht der Schadstoffkonzentration nach dem Gasteiler.

$$C_j = C_{Soll} = \frac{1}{15} \cdot N \cdot C_{\max} \quad (2-36)$$

Hier bedeuten:

$C_j = C_{Soll}$	Konzentration des Schadstoffes im geteilten (mit Nullgas gemischten) Kalibriergas in ppm.
C_{\max}	Konzentration des Schadstoffes im Kalibriergas in ppm.
N	Teilerstufe des Gasteilers ($N_{\min} = 0, N_{\max} = 15$).

Unsicherheit des Gasteilers

Für den Gasteiler sind im Handbuch 4 mögliche Unsicherheitskomponenten angeführt.²³

- Genauigkeit der Teilerstufe: $\pm 0,4$ % der Verdünnungsstufe.
- Reproduzierbarkeit der Teilerstufe: $\pm 0,4$ % der Verdünnungsstufe.
- Einfluss des Eingangsdrucks: Bei einer Änderung von 0,3 bar beträgt die Unsicherheit $\pm 0,2$ %.

²³ [10], Seite 7

Diese Unsicherheitskomponente wird vernachlässigt. Durch die Verwendung von präzisen Reduzierventilen werden Schwankungen des Eingangsdrucks ausgeschlossen.

- Temperatureinfluss: Der Temperatureinfluss ist vernachlässigbar, wenn der Gasteiler bei einer Temperatur zwischen 5 °C und 35 °C eingesetzt wird.

Die Kalibrierarbeiten werden in einer klimatisierten Umgebung durchgeführt. Die vorgeschriebene Umgebungstemperatur wird immer eingehalten.

Für die beiden relevanten Unsicherheiten wird Rechteckverteilung vorausgesetzt.

$$U_{GT \text{ Genauigkeit}} = 4 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1}{15} \cdot N \rightarrow s_{GT \text{ Genauigkeit}} = \frac{4 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{15} \cdot N \quad (2-37)$$

$$U_{GT \text{ Reproduzierbarkeit}} = 4 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1}{15} \cdot N \rightarrow s_{GT \text{ Reproduzierbarkeit}} = \frac{4 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{15} \cdot N \quad (2-38)$$

Hier bedeuten:

$U_{GT \text{ Genauigkeit}}$ Erweiterte Unsicherheit des Gasteilers durch Ungenauigkeiten bei der Einstellung der vorgegebenen Schadstoffkonzentration.

$U_{GT \text{ Reproduzierbarkeit}}$ Erweiterte Unsicherheit des Gasteilers durch Fehler bei der Reproduzierung von Schadstoffkonzentrationen.

Die Gesamtunsicherheit des Gasteilers wird über das Fehlerfortpflanzungsgesetz berechnet. Die beiden Unsicherheiten sind gleich gewichtet. Beide Sensitivitätskoeffizienten sind daher 1.

$$s_{GT} = \sqrt{\left(\frac{4 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{15} \cdot N\right)^2 + \left(\frac{4 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{15} \cdot N\right)^2} = 3,26 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1}{15} \cdot N = 2,17 \cdot 10^{-6} \cdot N \quad (2-39)$$

Hier bedeutet:

s_{GT} Standardabweichung des Gasteilers

Unsicherheit der Kalibriergase

Alle Kalibriergase werden mit Kalibrierschein geliefert. Die Unsicherheit der Gase für die Kalibrierung der CO-, CO₂- und NO_x -Analysatoren beträgt ± 2 %. Das Kalibriergas zur Überprüfung des HC-Analysators ist ± 1 % genau. Angeliefert werden die Gase in 50 kg Flaschen. Für jeden Schadstoff unterscheiden sich die

Konzentrationen der Kalibriergase von Flasche zu Flasche geringfügig. Zur Kalibrierung des NO_x-Analysators im Messbereich 1 wurden im Beobachtungszeitraum Gase mit Konzentrationen von 89 ppm, 90,5 ppm, 92 ppm, und 94 ppm verwendet.

$$s_{C_{\max}} = \frac{s_{C_{\max Rel}}}{100\%} \cdot C_{\max} \quad (2-40)$$

Hier bedeuten:

$s_{C_{\max}}$ Standardabweichung von C_{\max} in ppm.

$s_{C_{\max Rel}}$ Relative Standardabweichung von C_{\max} in %.

$$s_{C_{\max Rel}} = \begin{cases} \frac{1\%}{\sqrt{3}} \rightarrow HC \\ \frac{2\%}{\sqrt{3}} \rightarrow CO, CO_2, NO_x \end{cases}$$

In Tabelle 2-10 sind die minimalen und die maximalen Konzentrationen der verwendeten Kalibriergase aufgelistet.

Tabelle 2-10: Minimale und maximale Schadstoffkonzentrationen in den verwendeten Kalibriergasen mit Toleranzen

Schadstoff	Messbereich	C_{\max} in ppm		Toleranz
		min	max	
CO	1	45,20	45,52	± 2 %
CO	2	89,00	90,60	± 2 %
CO ₂	3	17770	18180	± 2 %
HC	2	88,56	88,56	± 1 %
HC	3	228,78	228,78	± 1 %
NO _x	1	89,00	94,00	± 2 %
NO _x	2	233,00	248,00	± 2 %

2.5.2 Bestimmung der Unsicherheit der Analysatoren

Ziel der nachfolgenden Untersuchung ist es, aus den Ergebnissen der Linearisierungsüberprüfungen die Standardabweichungen der einzelnen Analysatoren zu bestimmen.

Problembeschreibung:

Die Kalibrierpunkte werden mit dem Gasteiler eingestellt. Nach (2-36) ist die geteilte Schadstoffkonzentration C_{Soll} von C_{\max} und der Teilerstufe N abhängig. Die

Konzentration eines Schadstoffes im Kalibriergas C_{\max} ist von Gasflasche zu Gasflasche leicht unterschiedlich, was unterschiedliche C_{Soll} zur Folge hat. Eine direkte Bestimmung der Standardabweichung der einzelnen Konzentrationen ist nicht möglich.

Lösungsansatz:

Die unterschiedlichen Schadstoffkonzentrationen C_{Soll} werden linear auf $\overline{C_{\text{Soll}}}$ interpoliert. Die interpolierten Ist-Werte (Messwerte der Analysatoren) sind statistischen Schwankungen unterworfen. Aus diesen wird die Standardabweichung des Analysators für den jeweiligen Kalibrierpunkt bestimmt. Das Prinzip ist in Abbildung 2-15 graphisch dargestellt.

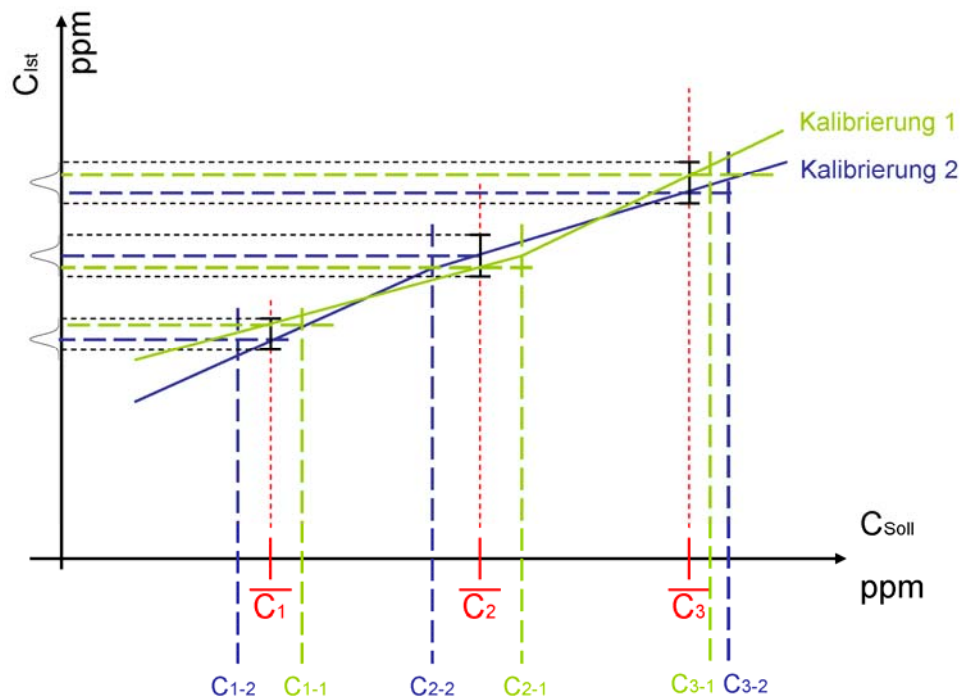


Abbildung 2-15: Prinzip der linearen Interpolation mit Matlab

Zur Veranschaulichung wird die lineare Interpolation für den NO_x -Analysator im Messbereich 1 bei Teilerstufe 1 durchgeführt. Die geringste Soll-Konzentration beträgt bei dieser Teilerstufe $C_{\text{NOxSoll}1.1\text{min}} = 5,927 \text{ ppm}$ (siehe Tabelle 2-11). Die maximale Soll-Konzentration beträgt $C_{\text{NOxSoll}1.1\text{max}} = 6,289 \text{ ppm}$.

Im Beobachtungszeitraum wurden 21 Kalibrierungen durchgeführt. Der Mittelwert wird nach Gleichung (1-1) bestimmt.

$$n = 21$$

$$\overline{C_{NOxSoll1.1}} = \frac{1}{21} \cdot \sum_{i=1}^{21} C_{NOx1.1i} = 6,1466 \text{ ppm} \quad (2-41)$$

Hier bedeuten:

$\overline{C_{NOxSoll1.1}}$ Mittelwert der Sollkonzentrationen des Schadstoffes NO_x im Messbereich 1 bei Teilerstufe 1 in ppm.

Das arithmetische Mittel beträgt 6,1466 ppm NO_x . Die Soll- und Ist-Konzentrationen werden auf diesen Wert linear interpoliert. Das Ergebnis ist in Tabelle 2-11 in der Spalte 3 dargestellt.

Tabelle 2-11: Vergleich der gemessenen und interpolierten Schadstoffkonzentrationen

$C_{NOxSoll1.1}$ in ppm	$C_{NOxIst1.1}$ in ppm	$C_{NOxIstInterp1.1}$ in ppm
5,927	5,803	6,023
5,927	5,745	5,965
5,927	5,895	6,115
5,927	5,847	6,067
5,954	5,909	6,102
6,054	6,269	6,362
6,054	6,300	6,393
6,054	6,301	6,395
6,054	6,192	6,285
6,289	6,504	6,359
6,289	6,293	6,147
6,289	6,371	6,229
6,289	6,343	6,199
6,289	6,232	6,090
6,289	6,202	6,063
6,289	6,239	6,098
6,289	6,134	5,996
6,289	6,118	5,981
6,155	6,151	6,143
6,155	6,151	6,143
6,289	6,288	6,146

Die Standardabweichung wird nach (1-3) berechnet.

$$s_{NOx1.1} = \sqrt{\frac{1}{21-1} \cdot \sum_{i=1}^{21} (C_{NOxIstInterp1.1i} - \overline{C_{NOxIstInterp1.1}})^2} = 0,134 \text{ ppm} \quad (2-42)$$

Hier bedeuten:

$s_{NOx1.1}$ Standardabweichung des NO_x -Analysators im Messbereich 1 bei Teilerstufe 1 in ppm.

$C_{NOxIstInterp1.1}$ Interpolierte Konzentration des gemessenen Schadstoffes NO_x im Messbereich 1 bei Teilerstufe 1 in ppm.

Die lineare Interpolation ist durch das linearisierte Ausgangsverhalten des Analysators möglich. Zur Kontrolle werden die Korrelationskoeffizienten zwischen C_{Soll} und C_{Ist} berechnet. Exemplarisch ist dies für den NO_x -Analysator im Messbereich 1 dargestellt. Im Beobachtungszeitraum wurden 21 Linearitätsüberprüfungen durchgeführt. Am 12.12.2008 wurden die in Tabelle 2-12 aufgelisteten Ergebnisse für Soll- und Ist-Konzentration aufgezeichnet.

Tabelle 2-12: Soll- Istwertvergleich NO_x -Analysator Range 1

$C_{NOxISoll}$ in ppm	0	5.927	23.647	35.342	47.55	59.274	77.172	89
C_{NOxIst} in ppm	-0.075	5.803	23.593	35.322	47.808	59.458	77.49	89.24

Aus den beiden Reihen wird der Korrelationskoeffizient $r(C_{NOxISoll}, C_{NOxIst}) = 0,9999977$ bestimmt. Der geringste Korrelationskoeffizient der 21 Messreihen wurde bei der Linearisierungsüberprüfung am 02.07.2007 festgestellt ($r(C_{NOxISoll}, C_{NOxIst}) = 0,9999103$).

Die ermittelten Korrelationskoeffizienten bestätigen, dass lineare Interpolation zulässig ist.

Ausführung der linearen Interpolation:

Die lineare Interpolation wird mit dem Matlab-Befehl

`interp1(Conc(i,:), Read(i,:), ConcMean, 'linear', 'extrap')`
durchgeführt.

Hier bedeuten:

- i Index der Kalibrierung ($i=1$ bis Anzahl der durchgeführten Kalibrierungen)
- Conc Matrix mit den vorgegebenen Schadstoffkonzentrationen C_{Soll} .
- Read Matrix mit den gemessenen Schadstoffkonzentrationen C_{Ist} .
- ConcMean Vektor der arithmetischen Mittelwerte von C_{Soll} .
- linear Dieser Parameter bestimmt die Art der Interpolation.
- extrap Dieser Parameter bestimmt, dass die Vektoren extrapoliert werden.

2.5.3 Bestimmung der Standardabweichung der Analysatoren

Die Ergebnisdaten der Linearitätsüberprüfung sind in einer Excel-Arbeitsmappe dokumentiert. Zur Auswertung werden die Daten aus der Arbeitsmappe ausgelesen. Die Datenanalyse erfolgt mit Matlab.²⁴ Der Programmablauf ist in Abbildung 2-16 graphisch dargestellt.

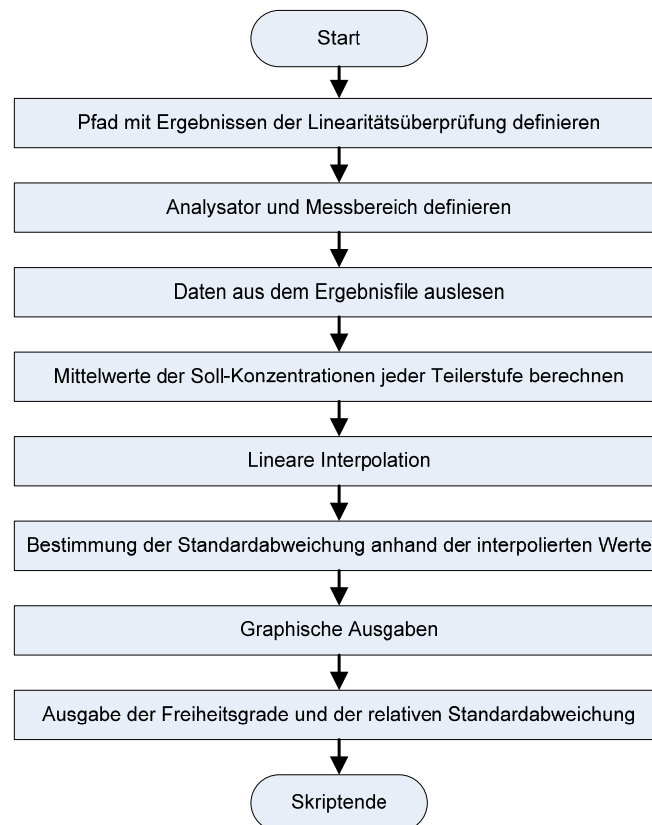


Abbildung 2-16: Programmablauf zur Bestimmung der Standardabweichung der Analysatoren

Eine Auflistung der ermittelten Standardabweichungen findet sich in Tabelle 2-13. Auffällig ist, dass wenige Freiheitsgrade vorliegen. Speziell die beiden Messbereiche des HC-Analysators wurden im Beobachtungszeitraum nur 4 Mal linearisiert.

Die Durchführung eines Chi-Quadrat-Testes ist durch die geringen Freiheitsgrade nicht möglich. Die Forderung, dass alle Klassen zumindest 5 Stichprobenwerte beinhalten sollen, würde eine Aufteilung in maximal 3 Klassen zulassen. Nachdem die Variablen μ und σ aus der Stichprobe geschätzt werden müssen, bedeutet dies für den Freiheitsgrad des Chi-Quadrat-Testes:

²⁴ Das Matlab-Skript findet sich im Anhang im Kapitel 4.2.2

$$f = (k - 1) - r = (3 - 1) - 2 = 0 \quad (2-43)$$

Ein objektiver Test auf Normalverteilung kann nicht durchgeführt werden.

Der Einfluss der geringen Freiheitsgrade auf das Endergebnis wird in Kapitel 2.5.5 behandelt.

Tabelle 2-13: Standardabweichungen der Analysatoren mit Freiheitsgraden

Analysator	V	Teilerstufe	0	1	4	6	8	10	13	15
CO Range 1	18	C _{Soll} in ppm	0	3,03	12,1	18,1	24,3	30,3	39,4	45,4
		s in ppm	0,06	0,06	0,08	0,09	0,09	0,05	0,08	0,07
CO Range 2	16	C _{Soll} in ppm	0	5,99	23,8	35,6	47,9	59,8	77,7	89,6
		s in ppm	0,06	0,11	0,1	0,14	0,14	0,11	0,07	0,09
CO ₂ Range 2	17	C _{Soll} in ppm	0	1191	4744	7102	9558	11922	15506	17894
		s in ppm	1,91	12,9	32,6	35	30,6	22,7	8,68	7,86
HC Range 2	3	C _{Soll} in ppm	0	5,98	23,8	35,5	47,6	59,3	76,9	88,6
		s in ppm	0,03	0,03	0,16	0,19	0,16	0,19	0,22	0,2
HC Range 3	3	C _{Soll} in ppm	0	15,4	61,4	91,6	123	153	198,7	228,8
		s in ppm	0,12	0,16	0,3	0,34	0,31	0,28	0,37	0,37
NO _x Range 1	20	C _{Soll} in ppm	0	6,15	24,5	36,6	49,2	61,4	79,7	92
		s in ppm	0,09	0,134	0,188	0,195	0,229	0,306	0,363	0,37
NO _x Range 2	20	C _{Soll} in ppm	0	16,4	65,2	97,6	131,2	163,6	212,6	245,1
		s in ppm	0,286	0,15	0,378	0,472	0,519	0,561	0,766	0,76

Die Ergebnisse von Tabelle 2-13 sind in Abbildung 2-17 graphisch dargestellt.

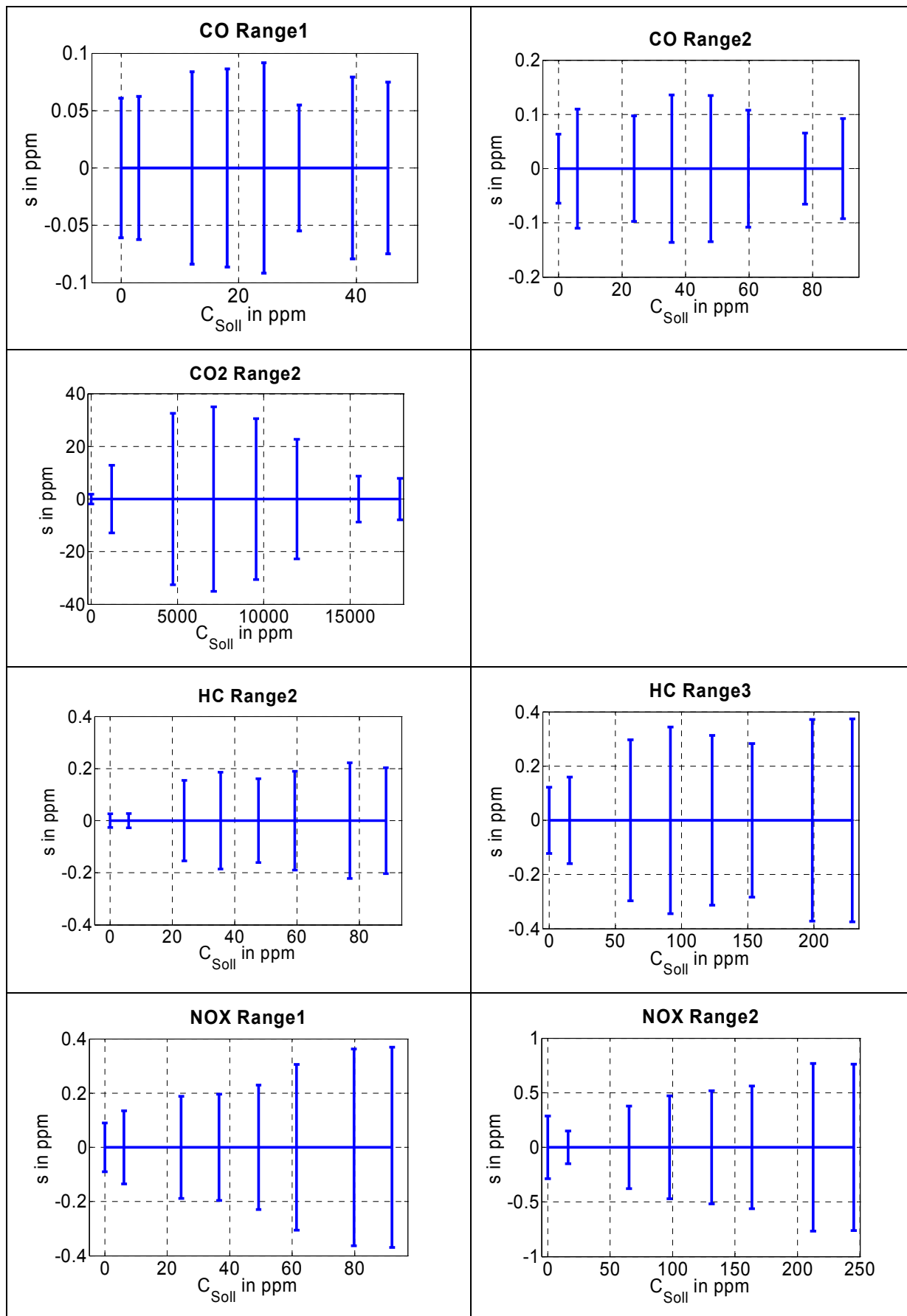


Abbildung 2-17: Standardabweichungen der Analysatoren

2.5.4 Bestimmung der Unsicherheit der gesamten Messkette

In Abbildung 2-14 sind die relevanten Unsicherheitseinflüsse dargestellt. Diese sind in Tabelle 2-14 zusammengefasst.

Die Modellgleichung lautet:

$$C_{Ist} = C_{Soll} + \delta_{FID} = \frac{1}{15} \cdot N \cdot C_{\max} + \delta_{FID} \quad (2-44)$$

Hier bedeuten:

C_{Ist} Gemessene Konzentration des Schadstoffes.

δ_{FID} Korrekturwert einer möglichen systematischen Unsicherheit des Analysators in ppm.²⁵

Tabelle 2-14: Unsicherheitseinflüsse auf das Kalibrierverfahren

Bezeichnung	Formelzeichen	Standardabweichung	siehe
Prüfgas	C_{\max}	$s_{C_{\max}} = \frac{s_{C_{\max Rel}}}{100\%} \cdot C_{\max}$	Gleichung (2-40)
Gasteiler	$\frac{1}{15} \cdot N$	$s_{GT} = 0,00326 \cdot \frac{1}{15} \cdot N$	Gleichung (2-39)
Analysator	δ_{FID}	s_{FID}	Tabelle 2-13

Durch partielle Ableitung von (2-44) werden die Sensitivitätskoeffizienten bestimmt.

$$GT = \frac{1}{15} \cdot N$$

$$c_{GT} = \frac{\partial C_{FID}}{\partial GT} = C_{\max} \quad (2-45)$$

$$c_{C_{\max}} = \frac{\partial C_{FID}}{\partial C_{\max}} = \frac{1}{15} N \quad (2-46)$$

$$c_{\delta_{FID}} = \frac{\partial C_{FID}}{\partial \delta_{FID}} = 1 \quad (2-47)$$

Die Berechnung der Unsicherheit des gesamten Kalibrierverfahrens erfolgt mit dem Fehlerfortpflanzungsgesetz.

²⁵ Der Wert der systematischen Unsicherheit wird mit 0 ppm angenommen. Diese Annahme bezieht sich auf die Tatsache, dass bei der automatischen Kalibrierung die notwendigen Korrekturfaktoren ermittelt werden. In der Modellgleichung muss die systematische Unsicherheit angegeben werden, um die Gesamtunsicherheit über das Fehlerfortpflanzungsgesetz bestimmen zu können.

$$s_{Cist} = \sqrt{(s_{GT} \cdot c_{GT})^2 + (s_{Cmax} \cdot c_{Cmax})^2 + s_{FID}^2}$$

$$s_{Cist} = \sqrt{(s_{GT} \cdot C_{max})^2 + \left(s_{Cmax} \cdot \frac{1}{15} \cdot N\right)^2 + s_{FID}^2}$$

$$s_{Cist} = \sqrt{\left(0,00326 \cdot \frac{1}{15} \cdot N \cdot C_{max}\right)^2 + \left(\frac{s_{Cmax Rel}}{100} \cdot C_{max} \cdot \frac{1}{15} \cdot N\right)^2 + s_{FID}^2} \quad 26$$

$$s_{Cist} = \sqrt{(0,00326 \cdot C_{Soll})^2 + \left(\frac{s_{Cmax Relativ}}{100} \cdot C_{Soll}\right)^2 + s_{FID}^2} \quad 27 \quad (2-48)$$

Die mit (2-48) berechneten Standardabweichungen des gesamten Kalibrierverfahrens sind in Tabelle 2-15 aufgelistet.

Tabelle 2-15: Standardabweichungen des gesamten Kalibrierverfahrens

Analysator	Teilerstufe	0	1	4	6	8	10	13	15
CO Range 1	C _{Soll} in ppm	0	3,03	12,1	18,1	24,3	30,3	39,4	45,4
	s in ppm	0,061	0,072	0,167	0,233	0,306	0,367	0,479	0,550
CO Range 2	C _{Soll} in ppm	0	5,99	23,8	35,6	47,9	59,8	77,7	89,6
	s in ppm	0,064	0,131	0,302	0,449	0,591	0,725	0,934	1,08
CO ₂ Range 2	C _{Soll} in ppm	0	1191	4744	7102	9558	11922	15506	17894
	s in ppm	1,9	19,3	65,6	92,1	118,7	144,8	186,2	214,8
HC Range 2	C _{Soll} in ppm	0	5,98	23,8	35,5	47,6	59,3	76,9	88,6
	s in ppm	0,026	0,048	0,221	0,300	0,354	0,436	0,556	0,621
HC Range 3	C _{Soll} in ppm	0	15,4	61,4	91,6	123	153	198,7	228,8
	s in ppm	0,122	0,190	0,504	0,698	0,874	1,05	1,37	1,56
NO _x Range 1	C _{Soll} in ppm	0	6,15	24,5	36,6	49,2	61,4	79,7	92
	s in ppm	0,090	0,153	0,349	0,481	0,634	0,797	1,02	1,16
NO _x Range 2	C _{Soll} in ppm	0	16,4	65,2	97,6	131,2	163,6	212,6	245,1
	s in ppm	0,286	0,247	0,869	1,26	1,66	2,04	2,66	3,04

2.5.5 Bestimmung des effektiven Freiheitsgrades

Die Bestimmung des effektiven Freiheitsgrades des gesamten Kalibrierverfahrens erfolgt nach (1-4). Exemplarisch ist dies in (2-49) für den NO_x-Analysator Messbereich 1 für die Teilerstufe 2 dargestellt.

²⁶ Siehe Tabelle 2-14

²⁷ Siehe (2-36)

Bei gleichverteilten Unsicherheiten geht die Anzahl der Freiheitsgrade gegen unendlich.²⁸ Hier trifft dies auf den Gasteiler und das Kalibriergas zu.

Aus Tabelle 2-13: $s_{NOx1.2} = 0,134 \text{ ppm}$

Aus Tabelle 2-15: $s_{gesNOx1.2} = 0,153 \text{ ppm}$ und $v_{NOxRange1} = 20$

$$v_{NOx1TS2} = \frac{s_{gesNOx1.2}^4}{\frac{s_{GT}^4}{\infty} + \frac{s_{Cmax}^4}{\infty} + \frac{s_{NOx1.1}^4}{v_{NOxRange1}}} = \frac{s_{gesNOx1.2}^4}{\frac{s_{NOx1.2}^4}{20}} = \frac{0,153^4}{0,134^4} \approx 34 \quad (2-49)$$

Analog zu (2-49) werden die effektiven Freiheitsgrade für alle Kalibrierwerte berechnet.

Tabelle 2-16: Anzahl der effektiven Freiheitsgrade²⁹

		Teilerstufe							
		0	1	4	6	8	10	13	15
CO Range 1	Anzahl der Freiheitsgrade v	18	32	280	960	2200	36000	24000	53000
CO Range 2		16	33	1500	1900	5900	33000	670000	300000
CO ₂ Range 2		17	84	280	810	3800	28000	360000	950000
HC Range 2		3	28	12	20	70	85	120	260
HC Range 3		3	6	25	50	180	570	550	910
NO _x Range 1		20	34	240	730	1200	920	1300	2000
NO _x Range 2		20	150	560	1000	2100	3500	3000	5100

Die Anzahl der effektiven Freiheitsgrade steigt tendenziell mit der Teilerstufe. Dies liegt daran, dass der Einfluss des empirisch ermittelten Anteils bei niedrigen Teilerstufen dominant ist. Bei Teilerstufe 0 wird ausschließlich mit Nullgas kalibriert. Bei dieser Teilerstufe beträgt die Unsicherheit nach (2-48):

$$C_{jTeilerstufe0} = 0 \text{ ppm} \rightarrow s_{istTeilerstufe1} = \sqrt{s_{FID}^2} \quad (2-50)$$

²⁸ [5], Seite 123

²⁹ Die Gleichung nach Welch-Satterthwaite dient lediglich zur Abschätzung der effektiven Freiheitsgrade. Deshalb werden die Ergebnisse auf maximal 2 signifikante Stellen gerundet.

2.5.6 Bestimmung der erweiterten Unsicherheit

Die Annahme einer Normalverteilung der Messwerte ist bei $v_{Eff} \leq 50$ nicht zulässig.³⁰

Zur Bestimmung der erweiterten Unsicherheit muss in diesem Fall ein größerer Überdeckungsfaktor gewählt werden. Dieser wird durch den, aus der Student-Verteilung abgeleiteten, t-Faktor ausgedrückt.³¹

Für den HC-Analysator im Messbereich 2 bei Teilerstufe 0 liegen 3 Freiheitsgrade vor. Hier beträgt die ermittelte Standardabweichung $s_{HC2,0} = 0,026 ppm$. Als Signifikanzzahl wird $\alpha = 0,05$ gewählt. Dadurch ergibt sich eine relative Überdeckungswahrscheinlichkeit von $p_{rel} = 95\%$. Der Überdeckungsfaktor wird aus Tabelle 4-3 bestimmt ($t(v = 3) = k_{HC2,0} = 3,18$). Für diesen Kalibrierpunkt beträgt die erweiterte Messunsicherheit:

$$U_{HC2,0} = k_{HC2,0} \cdot s_{HC2,0} = 3,18 \cdot 0,026 ppm = 0,083 ppm \quad (2-51)$$

Wie in (2-51) beispielhaft gezeigt, werden die erweiterten Unsicherheiten aller Kalibrierpunkte bestimmt. Bei Freiheitsgraden, die nicht in Tabelle 4-3 angegeben sind, werden die t-Faktoren durch lineare Interpolation berechnet. Die Ergebnisse sind in Tabelle 2-17 aufgelistet und in Abbildung 2-18 graphisch dargestellt.

³⁰ [5], Seite 121

³¹ Siehe Tabelle 4-3 im Anhang

Tabelle 2-17: Erweiterte Unsicherheit des Kalibrierverfahrens unter Berücksichtigung der effektiven Freiheitsgrade

Analysator	Teilerstufe	0	1	4	6	8	10	13	15
CO Range 1	C _{Soll} in ppm	0	3,03	12,1	18,1	24,3	30,3	39,4	45,4
	k	2,10	2,04	2	2	2	2	2	2
	U in ppm	0,128	0,147	0,335	0,467	0,611	0,735	0,958	1,10
CO Range 2	C _{Soll} in ppm	0	5,99	23,8	35,6	47,9	59,8	77,7	89,6
	k	2,12	2,03	2	2	2	2	2	2
	U in ppm	0,135	0,267	0,604	0,898	1,18	1,45	1,87	2,16
CO ₂ Range 2	C _{Soll} in ppm	0	1191	4744	7102	9558	11922	15506	17894
	k	2,11	2	2	2	2	2	2	2
	U in ppm	4,02	38,6	131	184	237	290	372	430
HC Range 2	C _{Soll} in ppm	0	5,98	23,8	35,5	47,6	59,3	76,9	88,6
	k	3,18	2,05	2,17	2,09	2,01	2	2	2
	U in ppm	0,083	0,099	0,481	0,626	0,711	0,874	1,11	1,24
HC Range 3	C _{Soll} in ppm	0	15,4	61,4	91,6	123	153	198,7	228,8
	k	3,18	2,46	2,06	2,01	2	2	2	2
	U in ppm	0,387	0,467	1,04	1,40	1,75	2,11	2,74	3,12
NO _x Range 1	C _{Soll} in ppm	0	6,15	24,5	36,6	49,2	61,4	79,7	92
	k	2,09	2,03	2	2	2	2	2	2
	U in ppm	0,188	0,311	0,697	0,961	1,27	1,59	2,05	2,34
NO _x Range 2	C _{Soll} in ppm	0	16,4	65,2	97,6	131,2	163,6	212,6	245,1
	k	2,09	2	2	2	2	2	2	2
	S in ppm	0,598	0,495	1,74	2,52	3,32	4,08	5,33	6,08

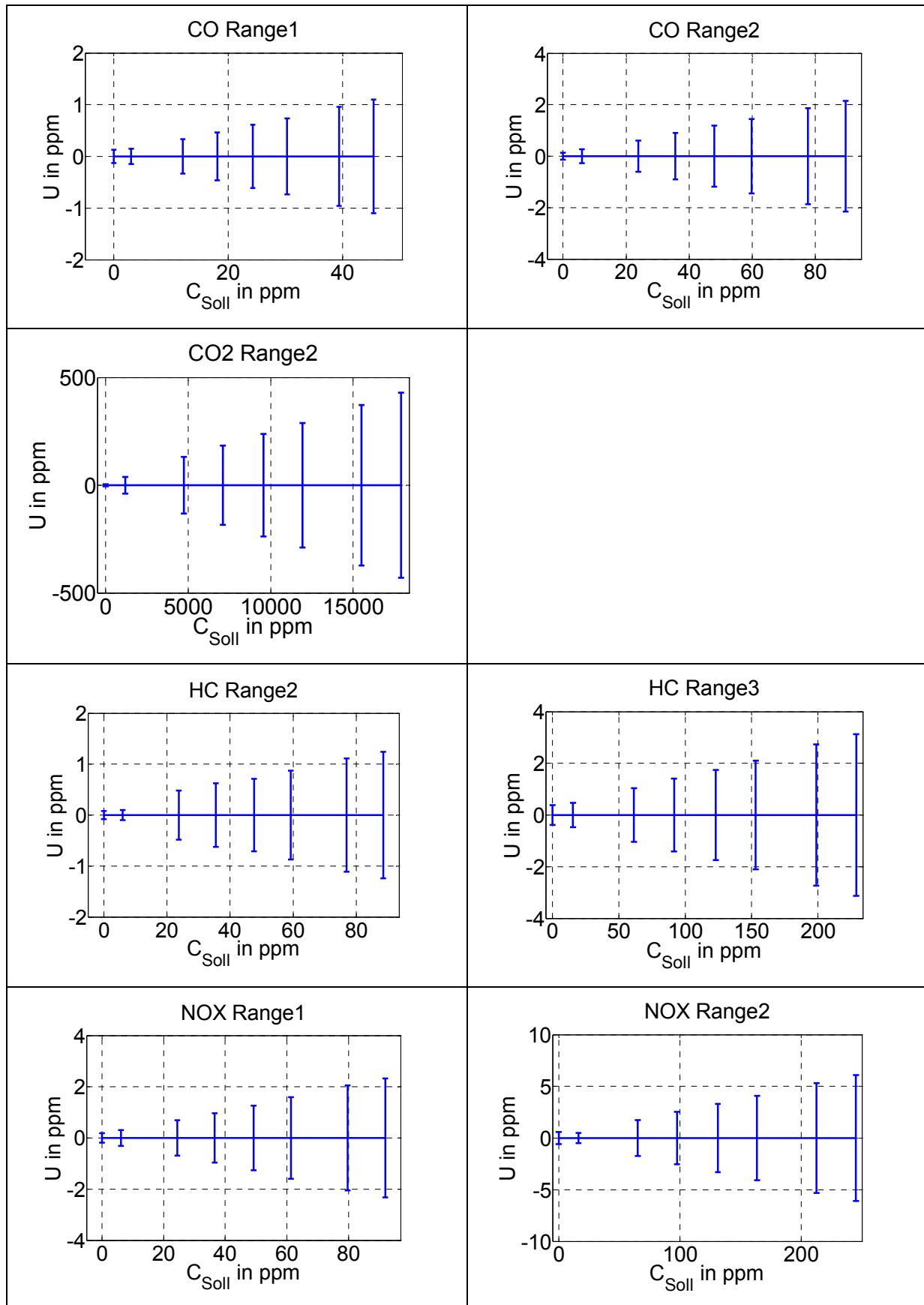


Abbildung 2-18: Erweiterte Unsicherheiten des Kalibrierverfahrens unter Berücksichtigung der effektiven Freiheitsgrade

Mit (2-52) wird die relative Unsicherheit in Prozent vom Endwert der Kalibrierung berechnet.

$$U_{rel} = \frac{U}{C_{max}} \cdot 100\% \quad (2-52)$$

Graphisch sind die relativen Unsicherheiten in Abbildung 2-19 dargestellt. Der größte Einfluss auf die Genauigkeit der Kalibrierung wird durch die Unsicherheit des Kalibriergases bestimmt. Die beiden HC-Analysatoren haben, durch das genauere Kalibriergas bedingt, eine deutlich geringere relative Unsicherheit als die restlichen Analysatoren.

Bei Teilerstufe 0 hat das Kalibriergas keinen Einfluss auf die Genauigkeit der Kalibrierung. Hier erfolgt die Überprüfung der Analysatoren ausschließlich mit Nullgas. Einzige Einflussgröße bei Teilerstufe 0 ist die Unsicherheit der Analysatoren.

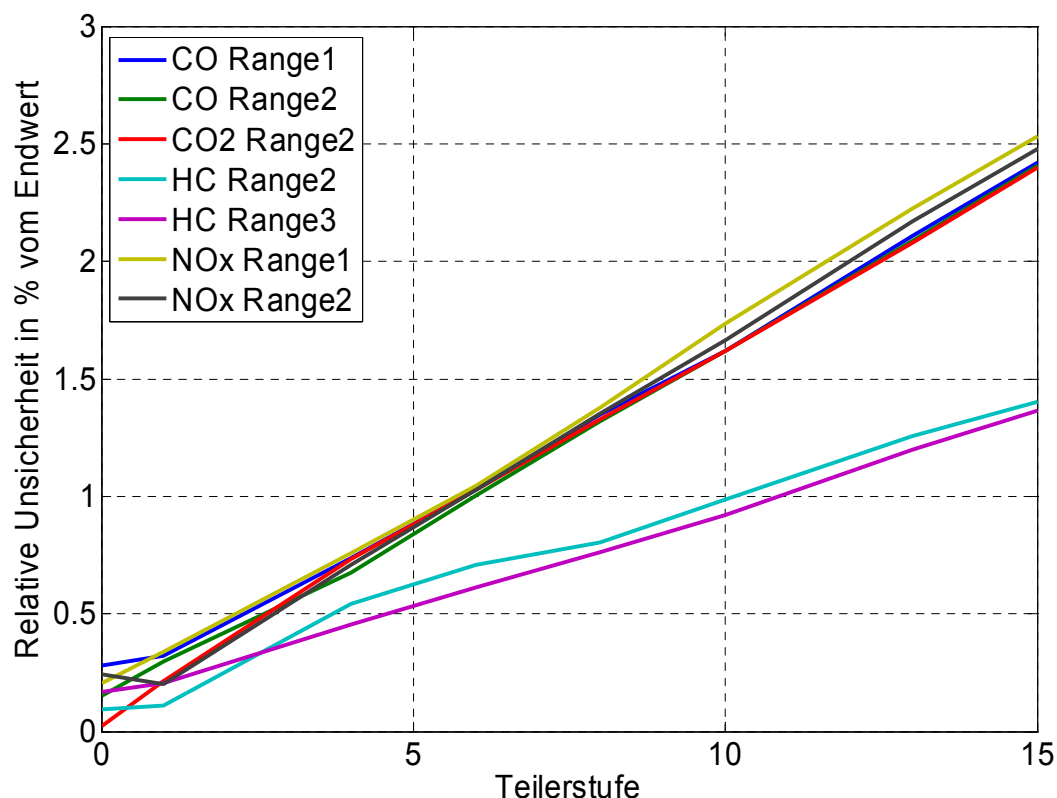


Abbildung 2-19: Relative Unsicherheiten des Kalibrierverfahrens in % von C_{max}

2.6 Unsicherheitsbestimmung des Feuchtekorrekturfaktors

Zur Messung der relativen Luftfeuchte in der Prüfzelle wird ein Feuchtesensor der Firma Vaisala vom Typ HMP231 verwendet. Der Sensor wird mit dem Kalibrator HMK15 kalibriert.³²

Bei vorschriftsmäßiger Kalibrierung des Sensors ist die Unsicherheit des Kalibrierverfahrens im Bereich von 0 %r.F. und 90 %r.F. mit ± 2 %r.F. angegeben³³. Dies gilt für gesättigte Salzlösungen, wie sie im verwendeten Kalibrator eingesetzt werden.

Die Feuchte hat einen Einfluss bei der Bestimmung der Emissionen gasförmiger Schadstoffe. Hier geht diese in Form des Feuchtekorrekturfaktors k_H in die Berechnung ein (Gleichungen (2-4) und (2-5)). Die gesetzliche Forderung lautet, dass die absolute Feuchte mit einer Genauigkeit von ± 5 % gemessen werden muss.³⁴

Problembeschreibung:

Mit dem Feuchtesensor wird die relative Feuchte in %r.F. gemessen. In die Berechnung geht die Feuchte als absolute Feuchte in Gramm Wasser pro Kilogramm trockener Luft ein. Es muss der funktionale Zusammenhang zwischen den beiden unterschiedlichen Größen gefunden werden. Wenn dieser Zusammenhang definiert ist, kann die Unsicherheit des Feuchtekorrekturfaktors über das Fehlerfortpflanzungsgesetz berechnet werden.

In den nachfolgenden Kapiteln wird überprüft, ob die gesetzliche Forderung eingehalten wird. Zusätzlich wird die Unsicherheit des Feuchtekorrekturfaktors analytisch bestimmt.

³² Siehe Abbildung 4-4: Feuchtekalibrator im Anhang

³³ [6], Seite 71

³⁴ [2], Seite 66

2.6.1 Bestimmung der absoluten Feuchte H

Die Bestimmung der absoluten Feuchte ist über die Bestimmung Sättigungsdampfdruck bei Umgebungstemperatur möglich. Die Gleichungen finden sich im Handbuch des Feuchtesensors.³⁵

Für den Sättigungsdampfdruck bei Umgebungstemperatur gilt:

$$\Theta = T - \sum_{i=0}^3 c_i T^i \quad (2-53)^{36}$$

Wobei gilt:

Θ Temperaturgradient in K

T Temperatur in der Prü fzelle in K

c_i Koeffizienten:

$$c_0 = 0,4931358 \quad \text{in} \quad K$$

$$c_1 = -0,46094296 \cdot 10^{-2}$$

$$c_2 = 0,13746454 \cdot 10^{-4} \quad \text{in} \quad K^{-1}$$

$$c_3 = -0,12743214 \cdot 10^{-7} \quad \text{in} \quad K^{-2}$$

$$\ln(P_d) = \sum_{i=-1}^3 b_i \Theta^i + b_4 \ln \Theta \quad (2-54)^{37}$$

Wobei gilt:

P_d Sättigungsdampfdruck bei Umgebungstemperatur in Pa

b_i Koeffizienten:

$$b_{-1} = -0,58002206 \cdot 10^4 \quad \text{in} \quad \frac{\ln(Pa)}{K^{-1}}$$

$$b_0 = 0,13914993 \cdot 10^1 \quad \text{in} \quad \ln(Pa)$$

³⁵ [6], Seite 139f

³⁶ [6], Seite 139, Gleichung (5)

³⁷ [6], Seite 140, Gleichung (6)

$$\begin{aligned} b_1 &= -0,48640239 \cdot 10^{-1} & \text{in} & \frac{\ln(Pa)}{K} \\ b_2 &= 0,41764768 \cdot 10^{-4} & \text{in} & \frac{\ln(Pa)}{K^2} \\ b_3 &= -0,14452093 \cdot 10^{-7} & \text{in} & \frac{\ln(Pa)}{K^3} \\ b_4 &= 6,5459673 & \text{in} & \frac{\ln(Pa)}{\ln(K)} \end{aligned}$$

Die relative Feuchte H und der Feuchtekorrekturfaktor k_H werden mit (2-4) und (2-5) berechnet.

2.6.2 Analytische Bestimmung der Unsicherheiten

- Sättigungsdampfdruck bei Umgebungstemperatur

Nach (2-53):

$$\Theta = T - [c_0 + c_1 \cdot T + c_2 \cdot T^2 + c_3 \cdot T^3] \quad (2-55)$$

Für den Sensitivitätskoeffizienten C_T ³⁸ gilt:

$$C_T = \frac{\partial \Theta}{\partial T} = 1 - [c_1 + 2c_2 T + 3c_3 T^2] \quad (2-56)$$

In (2-55) ist T die einzige Variable. Für die Standardabweichung von Θ gilt:

$$s_\Theta = \sqrt{C_T^2 \cdot s_T^2} \quad (2-57)$$

Nach (2-54):

$$\begin{aligned} \ln(P_d) &= b_{-1} \Theta^{-1} + b_0 + b_1 \Theta + b_2 \Theta^2 + b_3 \Theta^3 + b_4 \ln \Theta \\ \Rightarrow P_d &= e^{b_{-1} \Theta^{-1} + b_0 + b_1 \Theta + b_2 \Theta^2 + b_3 \Theta^3 + b_4 \ln \Theta} \end{aligned} \quad (2-58)$$

Bestimmung des Sensitivitätskoeffizienten:

$$C_\Theta = \frac{\partial P_d}{\partial \Theta} = \left[\frac{b_4}{\Theta} + 3b_3 \Theta^2 + 2b_2 \Theta + b_1 - \frac{b_{-1}}{\Theta^2} \right] \cdot e^{b_{-1} \Theta^{-1} + b_0 + b_1 \Theta + b_2 \Theta^2 + b_3 \Theta^3 + b_4 \ln \Theta} \quad (2-59)$$

³⁸ Um eine Verwechslung zwischen den Koeffizienten der Gleichung (2-53) und den Sensitivitätskoeffizienten zu vermeiden, wird in diesem Kapitel der Großbuchstabe C als Formelzeichen für die Sensitivitätskoeffizienten verwendet.

Für die Unsicherheit von P_d gilt:

$$s_{P_d} = \sqrt{C_{\Theta}^2 \cdot s_{\Theta}^2} \quad (2-60)$$

- Absolute Feuchte

Die Sensitivitätskoeffizienten werden durch partielle Ableitung von (2-4) bestimmt.

$$C_{P_B} = \frac{\partial H}{\partial P_B} = - \frac{6,211 \cdot P_d \cdot R_a}{(P_B - 10^{-2} \cdot P_d \cdot R_a)^2} \quad (2-61)$$

$$C_{R_a} = \frac{\partial H}{\partial R_a} = \frac{62110 \cdot P_B \cdot P_d}{(R_a \cdot P_d - 100 \cdot P_B)^2} \quad (2-62)$$

$$C_{P_d} = \frac{\partial H}{\partial P_d} = \frac{62110 \cdot P_B \cdot R_a}{(P_d \cdot R_a - 100 \cdot P_B)^2} \quad (2-63)$$

Über das Fehlerfortpflanzungsgesetz wird die Standardabweichung der absoluten Feuchte berechnet.

$$s_H = \sqrt{s_{P_B}^2 C_{P_B}^2 + s_{R_a}^2 C_{R_a}^2 + s_{P_d}^2 C_{P_d}^2} \quad (2-64)$$

- Feuchtekorrekturfaktor

Der Sensitivitätskoeffizient C_H wird durch Ableitung von (2-5) berechnet.

$$C_H = \frac{\partial k_H}{\partial H} = - \frac{0,0329}{(1 - 0,0329 \cdot (H - 10,711))^2} \quad (2-65)$$

Die Standardabweichung des Feuchtekorrekturfaktors k_H kann nach (2-66) berechnet werden.

$$s_{kH} = \sqrt{C_H^2 \cdot s_H^2} \quad (2-66)$$

2.6.3 Quantitative Bestimmung der Unsicherheiten von H

In Tabelle 2-18 sind alle Messgrößen aufgelistet, die einen Einfluss für die Bestimmung von H haben. Zur Berechnung der quantitativen Unsicherheit werden diese Messgrößen aus den Ergebnisprotokollen ausgelesen. Ausgewertet werden 286 akkreditierte Messungen.³⁹

Tabelle 2-18: Unsicherheitseinflüsse für die Bestimmung von H

Formelzeichen	Verteilung	U	S	Siehe:
T	Normal	$\pm 285 \text{ mK}$	$\pm 143 \text{ mK}$	Tabelle 2-31
R_a	Gleich	$\pm 2 \%rF$	$\pm 1,15 \%r.F.$	Seite 65
P_B	Normal	$\pm 0,54 \text{ mbar}$	$\pm 0,27 \text{ mbar}$	Tabelle 2-25

Für H wird Normalverteilung vorausgesetzt. Als relative Überdeckungswahrscheinlichkeit werden 95 % festgelegt (2-67). Die relative Unsicherheit von H bezieht sich auf den jeweiligen Messwert (2-68).

$$U_H = 2 \cdot s_H \quad (2-67)$$

$$U_{Hrel} = \frac{U_H}{H} \cdot 100\% \quad (2-68)$$

Die berechneten relativen Unsicherheiten sind in Abbildung 2-20 dargestellt. Die gesetzlich vorgeschriebene Toleranz wird in 245 Fällen überschritten. Bei 41 Messungen konnte die gesetzlich vorgeschriebene Toleranz eingehalten werden. Die gesetzliche Forderung wird unter dieser Annahme nicht erfüllt!

³⁹ In Summe wurden im Beobachtungszeitraum 287 gültige akkreditierte Messungen durchgeführt. Bei einem Test ist es zu einem Problem mit der Feuchtemessung gekommen. Daher können in diesem Abschnitt nur 286 Stichprobenwerte berücksichtigt werden.

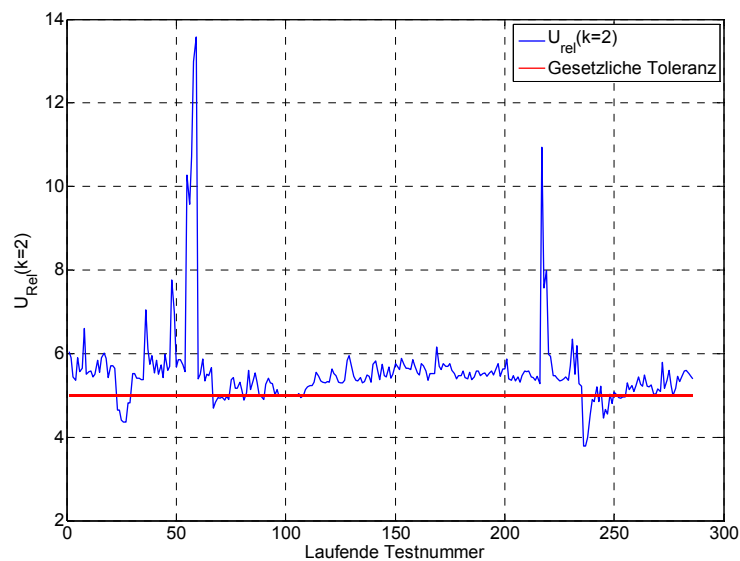


Abbildung 2-20: Erweiterte relative Unsicherheiten von H bei Phase 1

2.6.4 Bestimmung von U von H mit der Monte-Carlo-Methode

Zur Überprüfung der Ergebnisse der Fehlerrechnung aus Abschnitt 2.6.3 wird die Unsicherheit von H mit der Monte-Carlo-Methode bestimmt. Dazu werden für die Eingangsvariablen n zufällige Werte simuliert. Die Werte liegen innerhalb der Unsicherheitsgrenzen und folgen der vorgegebenen Verteilung. Mit den simulierten Werten wird H mit den Gleichungen (2-53), (2-54) und (2-5) berechnet. Aus den n Ergebnissen für H wird die Monte-Carlo-Unsicherheit durch Bestimmung der Standardabweichung berechnet (Abbildung 2-21).

Durch die zufälligen Einflüsse werden die Simulationsergebnisse bei mehrfacher Versuchsdurchführung geringfügig differieren. Mit steigender Werteanzahl n steigt die Genauigkeit der Simulation. Das mathematisch richtige Ergebnis liefert die Fehlerrechnung. Ziel des Experiments ist es zu überprüfen, ob die Ergebnisse von Fehlerrechnung und Simulation korrelieren.

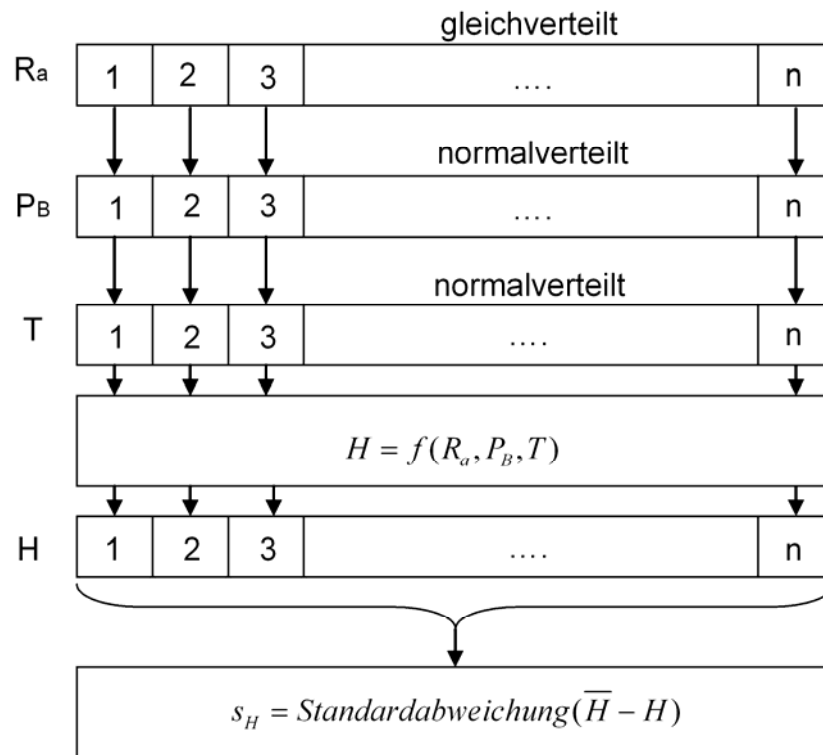


Abbildung 2-21: Prinzip der Bestimmung der Standardabweichung mit der Monte-Carlo-Methode

Versuchsdurchführung mit Matlab

Die im Beobachtungszeitraum gemessenen Werte von Raumtemperatur, barometrischem Luftdruck in der Prüfzelle und der relativen Luftfeuchtigkeit werden eingelesen.

Die Unsicherheiten von T und P_B sind normalverteilt. Die Matlabfunktion $\text{randn}(n,m)$ erzeugt eine n mal m -Matrix mit normalverteilten Zufallsvektoren. Der Mittelwert der erzeugten Zufallsvektoren beträgt 0, die Standardabweichung beträgt 1. Der erzeugte Zufallsvektor (n mal 1-Matrix) wird mit der jeweiligen Standardabweichung multipliziert und mit dem gemessenen Wert addiert.

```
X_gauss = randn(n,1);
T = ((T_Raum(i)) + X_gauss*sT);
```

Hier bedeuten:

n Anzahl der simulierten Werte für eine Eingangsgröße.

X_{gauss} Normalverteilter Zufallsvektor mit dem Mittelwert 0 und der Standardabweichung 1.

- i Index der Messungen innerhalb des Beobachtungszeitraumes.
 $T_{\text{Raum}}(i)$ Gemessene Raumtemperatur bei i.
 s_T Standardabweichung der gemessenen Raumtemperatur.

Exemplarisch dargestellt ist dies für den Test „1-20070126-01“ (Abbildung 2-22 und Abbildung 2-23).⁴⁰ Hier wurde bei der Phase 1 eine Temperatur $T = 298,2 \text{ K}$ und ein barometrischer Luftdruck in der Prü fzelle $P_b = 97,78 \text{ kPa}$ gemessen. Als Simulationstiefe (Anzahl der simulierten Werte) wird an dieser Stelle 10000 gewählt.

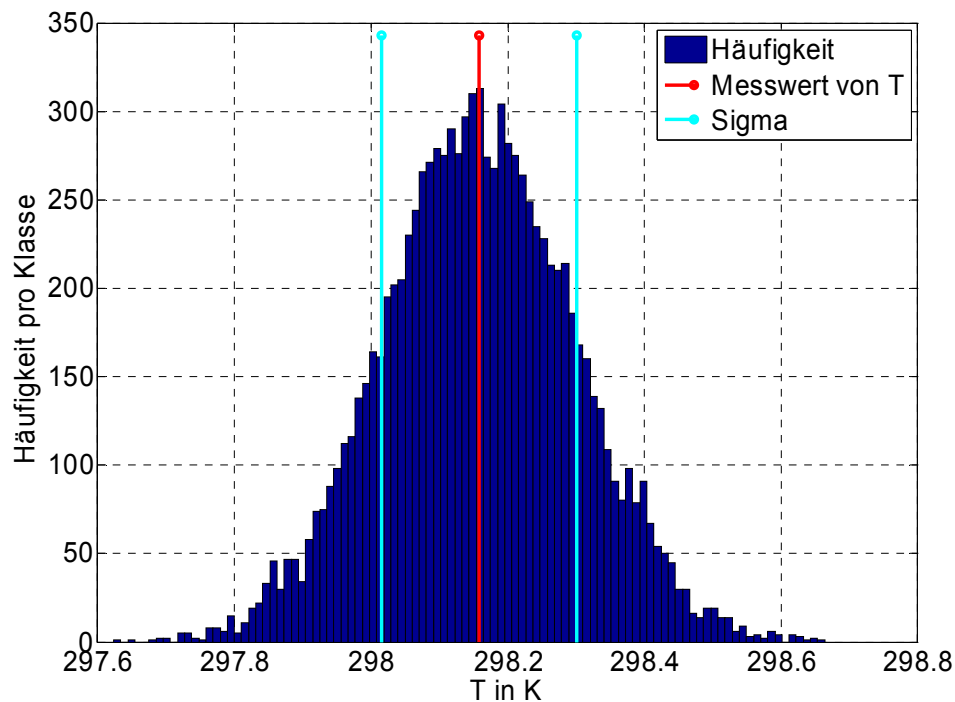


Abbildung 2-22: Histogramm von T

⁴⁰ Wenn nicht anders angegeben, beziehen sich alle Ergebnisse der Abschnitte 2.6.4, 2.6.5 und 2.6.6 auf diesen Test.

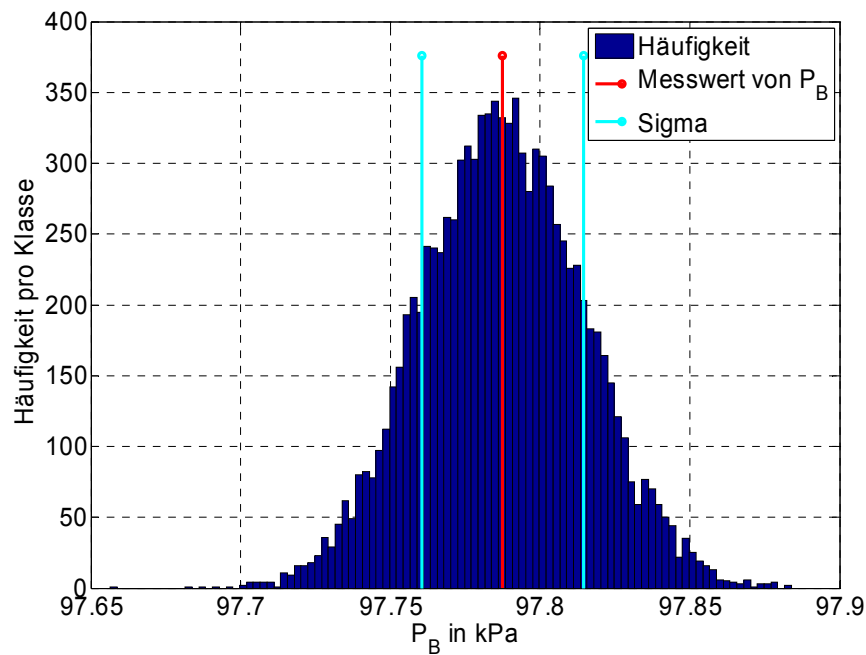


Abbildung 2-23: Histogramm von P_B

Die Unsicherheit von R_a ist gleichverteilt. Die Funktion *rand* liefert gleichverteilte Zufallswerte zwischen 0 und 1. Der Vektor mit den Zufallswerten für R_a wird nach Gleichung (2-69) erstellt.

$$R_a = R_{aMessung} + U_{Ra} (2 \cdot X_{Rechteck} - 1) \quad (2-69)$$

Hier bedeuten:

R_a Vektor mit zufälligen Werten für die relative Luftfeuchtigkeit. Die zufälligen Werte sind symmetrisch um den tatsächlichen Messwert gleichverteilt.

$R_{aMessung}$ Gemessener Wert der relativen Luftfeuchte.

U_{Ra} Erweiterte Unsicherheit von R_a .

$X_{Rechteck}$ Gleichverteilter Zufallsvektor.

Für die relative Luftfeuchte wurden $R_a = 40,76\% r.F.$ gemessen. Das simulierte Eingangssignal ist in Abbildung 2-24 dargestellt.

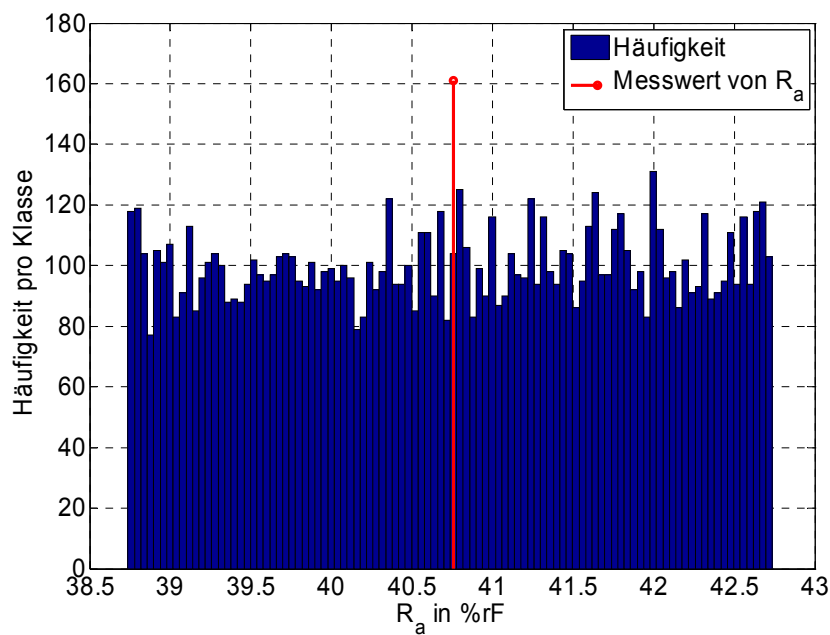


Abbildung 2-24: Histogramm der simulierten Werte von R_a .

Mit den simulierten Eingangsgrößen wird die absolute Feuchte berechnet. Aus den n Ergebnissen für H wird die Standardabweichung nach (1-3) bestimmt. Zur Überprüfung der Ergebnisse der Fehlerrechnung mit den Ergebnissen der Monte-Carlo-Simulation wird die erweiterte, relative Unsicherheit berechnet (siehe(2-70)).

$$U_{relMC} = \frac{2 \cdot s_{MC}}{H_{MC}} \cdot 100\% \quad (2-70)$$

Abbildung 2-25 zeigt, dass die Ergebnisse von Fehlerrechnung und Monte-Carlo-Simulation korrelieren. Die Ergebnisse der Fehlerrechnung werden durch die Simulation bestätigt. Die in Abschnitt 2.6.3 gewonnene Erkenntnis, dass die gesetzlich vorgeschriebene Toleranz nicht eingehalten wird, hat sich bestätigt.

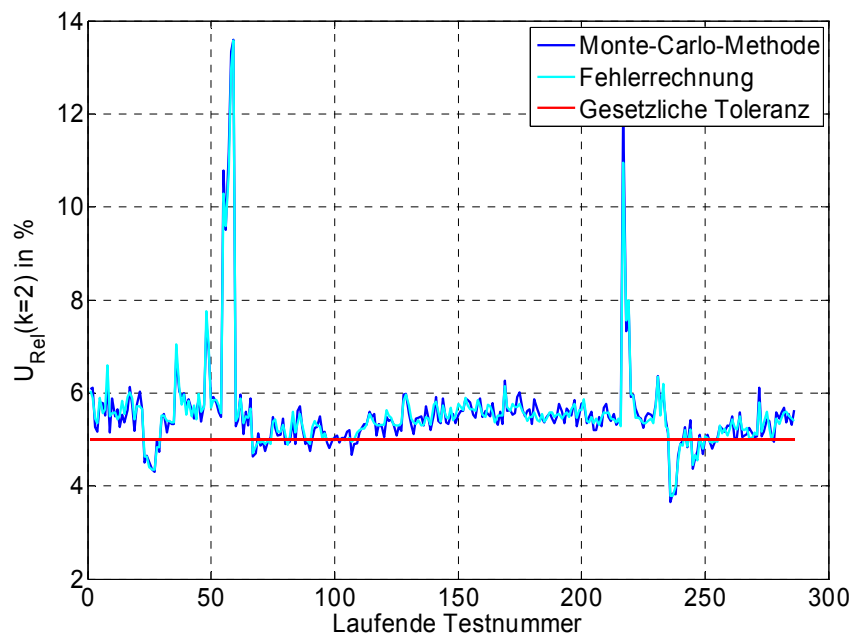


Abbildung 2-25: Gegenüberstellung der relativen Unsicherheiten ($k=2$) von Fehlerrechnung und Monte-Carlo-Methode.

2.6.5 Bestimmung von U aus den Simulationsergebnissen

Die Ergebnisse der erweiterten Unsicherheit aus den Kapiteln 2.6.3 und 2.6.4 beruhen auf der Annahme, dass die Ergebnisse der absoluten Feuchte normalverteilt sind. Daher wird für die Berechnung der erweiterten Unsicherheit der Multiplikator $k = 2$ gewählt. Dieses Vorgehen ist allgemein anerkannt, wenn drei oder mehr Unsicherheitsbeiträge einen Einfluss auf das Messergebnis haben. In einer Schrift des Deutschen Kalibrierdienstes heißt es zum Beispiel, dass die Annahme einer Normalverteilung für Fälle gerechtfertigt ist, „in denen mehrere (d.h. $N \geq 3$) Unsicherheitsbeiträge, die aus Wahrscheinlichkeitsverteilungen unabhängiger Größen, z.B. Normal- oder Rechteckverteilungen, gewonnen wurden, vergleichbare Beiträge zu der dem Schätzwert der Ergebnisgröße beizuordnenden Standardmessunsicherheit liefern, sind die Bedingungen des zentralen Grenzwertsatzes erfüllt, so dass in sehr guter Näherung angenommen werden kann, dass für die Ergebnisgröße eine Normalverteilung vorliegt.“⁴¹

⁴¹ [14], Absatz 5.2

Diese Annahme kann durch das Histogramm von H widerlegt werden (Abbildung 2-26). Es handelt sich bei der gezeigten Verteilung eindeutig um keine Normalverteilung. Die Berechnung der erweiterten Unsicherheit durch Multiplikation der Standardabweichung mit dem Faktor $k = 2$ ist nicht gerechtfertigt.

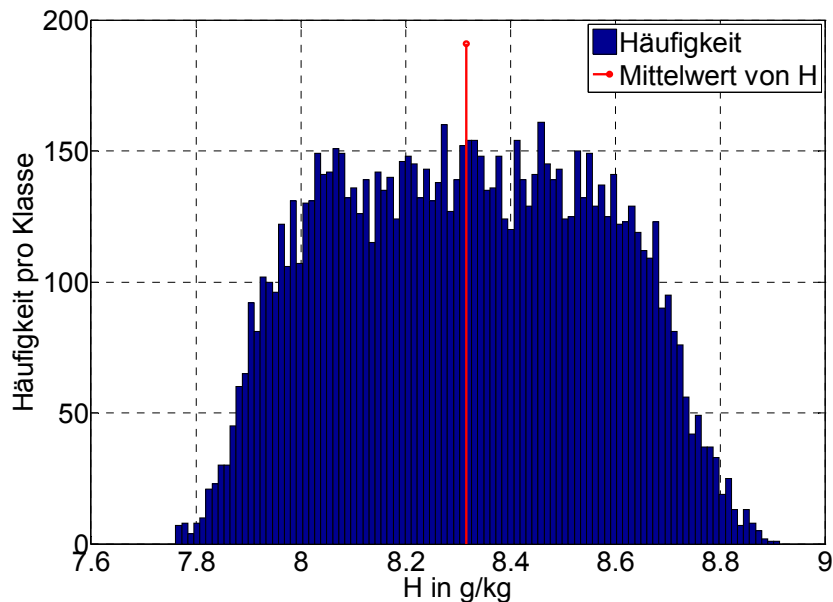


Abbildung 2-26: Histogramm von H

Um die erweiterte Unsicherheit unter Berücksichtigung der Verteilung zu ermitteln, wird diese aus den Simulationsergebnissen bestimmt. Es wird anhand der Ergebnisse für H festgestellt, welche Werte innerhalb der Grenzen liegen, die durch die Überdeckungswahrscheinlichkeit vorgegeben ist. Hier wird eine relative Überdeckungswahrscheinlichkeit von 95 % angenommen. Nachfolgend wird die Vorgehensweise beschrieben.

- Der Vektor mit den zufällig verteilten Werten von H wird aufsteigend sortiert (Abbildung 2-27).
- Der sortierte Vektor wird an der Stelle des Mittelwertes von H in zwei Teilvektoren geteilt. Da die Werte zufällig erzeugt wurden, werden die beiden Teilvektoren mit hoher Wahrscheinlichkeit unterschiedlich lang sein. Für die Länge der Teilvektoren gilt: $o \approx \frac{n}{2}$ und $p = n - o$

Hier bedeuten:

o Index von $H = H_{\max}$ des Teilvektors H_o (siehe Abbildung 2-27)

p Index von $H = \overline{H}$ des Teilvektors H_u

- Die erweiterte Unsicherheit kann jeweils aus dem oberen oder unteren Teilvektor bestimmt werden. Die Unsicherheit des Teilvektors $H > \overline{H}$ wird mit (2-71) bestimmt. Die Unsicherheit des Teilvektors für $H \leq \overline{H}$ mit Gleichung (2-72).

$$U_{MCoben} = H_o(0,95 \cdot o) - \overline{H} \quad (2-71)$$

$$U_{MCunten} = \overline{H} - H_u(0,05 \cdot p) \quad (2-72)$$

Hier bedeuten:

U_{MCoben} Aus den Ergebnissen der Monte-Carlo-Simulation bestimmte erweiterte Unsicherheit von H , die aus dem Teilvektor mit den Werten $H \geq \overline{H}$ bestimmt wird.

$U_{MCunten}$ Aus den Ergebnissen der Monte-Carlo-Simulation bestimmte erweiterte Unsicherheit von H , die aus dem Teilvektor mit den Werten $H < \overline{H}$ bestimmt wird.

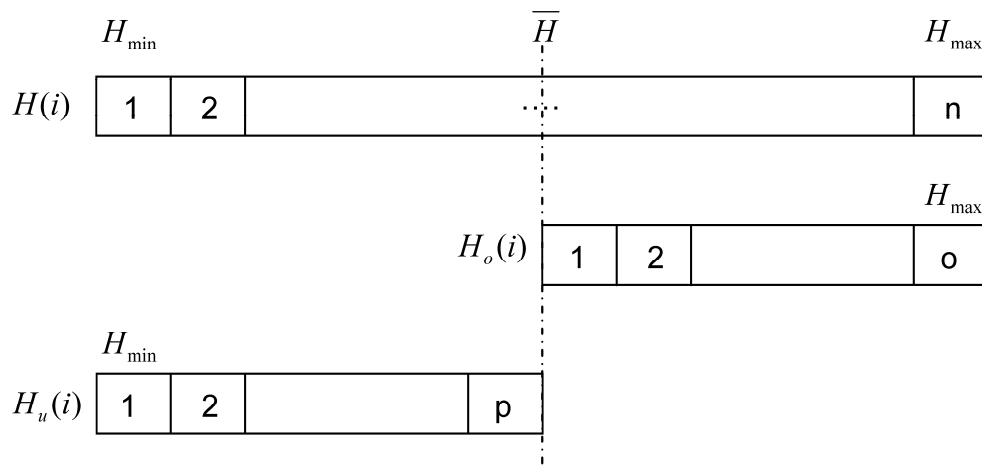


Abbildung 2-27: Bestimmung von U aus dem sortierten Vektor von H

Die mit der Fehlerrechnung berechnete und aus der Simulation bestimmte Unsicherheit ist in Tabelle 2-19 gegenübergestellt.

Tabelle 2-19: Gegenüberstellung von U laut Fehlerrechnung und U aus der Simulation

Größe	\bar{H}	s	$U = 2 \cdot s$	U aus Simulation
Einheit	$\frac{g}{kg}$	$\frac{g}{kg}$	$\frac{g}{kg}$	$\frac{g}{kg}$
Wert	8,31	0,25	0,50	0,44

Graphisch sind die Ergebnisse aus Tabelle 2-19 in Abbildung 2-28 dargestellt.

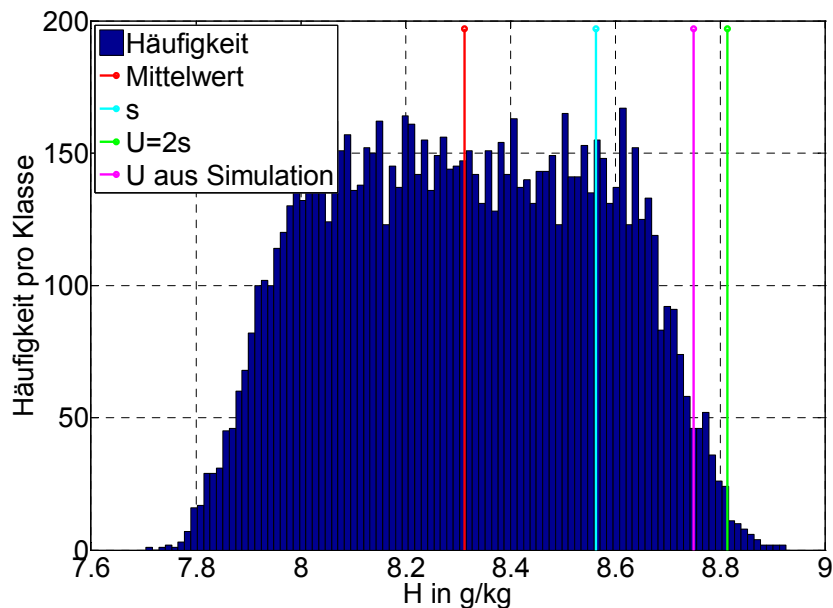


Abbildung 2-28: Vergleich der ermittelten erweiterten Unsicherheit aus Simulation mit $U=2s$.

Es ist ein deutlicher Unterschied zwischen U laut Fehlerrechnung und U laut Simulation erkennbar. Durch die Multiplikation der Standardabweichung mit $k = 2$ wird fälschlicherweise eine zu große erweiterte Unsicherheit ermittelt. Die aus der Simulation bestimmte Unsicherheit berücksichtigt die Verteilung von H . Deshalb wird dieses Ergebnis als korrekt betrachtet.

Im gezeigten Beispiel ist die erweiterte Unsicherheit laut Fehlerrechnung um 0,06 g/kg zu groß. Diese entspricht einer relativen Abweichung von 14 % bezogen auf die Unsicherheit, die aus der Simulation ermittelt wurde.

2.6.6 Qualität der Simulation

Die Qualität der Simulation steigt mit der Anzahl der simulierten Werte. Bei einer symmetrischen Zufallsverteilung von H müssen die nach (2-71) und (2-72)

bestimmten Unsicherheiten vergleichbare Ergebnisse liefern. Zur Überprüfung der Güte der Simulation werden die beiden Ergebnisse verglichen (Gleichung (2-73)).

$$\Delta U_{relMC} = \frac{|U_{MCoben} - U_{MCunten}|}{\overline{U_{MC}}} \cdot 100\% \quad (2-73)$$

Hier bedeuten:

ΔU_{relMC} Unterschied zwischen den Unsicherheiten U_{MCoben} und $U_{MCunten}$ in %.

$\overline{U_{MC}}$ Arithmetischer Mittelwert von U_{MCoben} und $U_{MCunten}$ in g/kg.

Es werden Zufallsvektoren mit unterschiedlicher Länge erzeugt und ΔU_{relMC} bestimmt. Zusätzlich wird die Laufzeit für die Simulation gemessen⁴². Die Ergebnisse der Güteanalyse und Laufzeituntersuchung sind in Tabelle 2-20 dargestellt. Es werden die Unsicherheiten aller Ergebnisse simuliert, die im Beobachtungszeitraum gemessen wurden. Bei den dargestellten relativen Abweichungen handelt es sich jeweils um die Maximalwerte der 286 Ergebnisse.

Tabelle 2-20: Güte der Simulation in Abhängigkeit von der Anzahl der simulierten Werte und Simulationslaufzeit.

n	ΔU_{relMC}			Laufzeit
	Versuch 1	Versuch 2	Versuch 3	
10^3	9,98%	13,10%	15,84%	1,1 s
$10 \cdot 10^3$	5,14%	5,15%	5,12%	7,7 s
$50 \cdot 10^3$	2,76%	3,49%	3,19%	36,5 s
$100 \cdot 10^3$	2,49%	2,52%	2,41%	75,1 s
10^6	2,09%	1,84%	1,91%	768,1 s

Bei $n = 100 \cdot 10^3$ Zufallswerten wird von einer ausreichenden Güte der Simulation ausgegangen. Die nachfolgende Analyse wird mit dieser Simulationstiefe durchgeführt.

⁴² Die Laufzeitmessung wurden auf einem Rechner mit Zweikernprozessor mit einer Taktrate von 2,8 GHz und 2 GB RAM durchgeführt.

2.6.7 Auswertung und Interpretation der Ergebnisse der Monte-Carlo-Simulation

Die relative Unsicherheit von H wird nach (2-68) berechnet. Von den 286 Messungen erfüllen 246 die gesetzliche Forderung einer Mindestgenauigkeit von $\pm 5\%$ (Abbildung 2-29). 40 Messungen konnten die gesetzliche Forderung nicht erfüllen, wobei bei 28 Messungen die Toleranz lediglich geringfügig überschritten wurde (bis $\pm 5,5\%$). 12 Messungen wurden mit einer höheren Unsicherheit als $\pm 5,5\%$ gemessen.

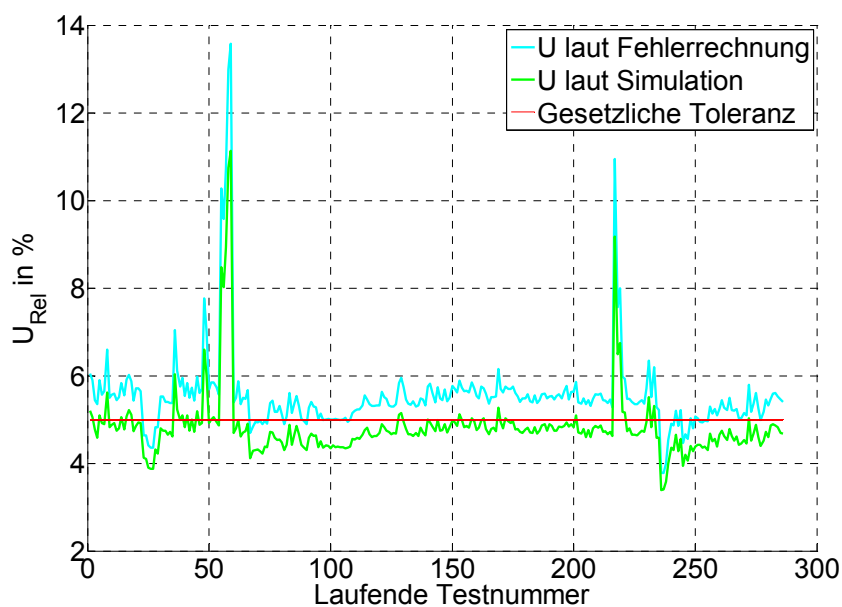


Abbildung 2-29: Gegenüberstellung von U laut Fehlerrechnung und Simulation

Die relative Feuchte ist der dominante Unsicherheitseinfluss bei der Bestimmung der absoluten Feuchte. Mit steigender relativer Feuchte in der Prü fzelle steigt auch die Genauigkeit der Messung der absoluten Feuchte (Abbildung 2-30). Die Unsicherheit von R_a ist über den gesamten Messbereich konstant ($\pm 2\%$ r.F.). Bei steigender relativer Feuchte nimmt der Unsicherheitseinfluss des Feuchtesensors ab. Bei $R_a \geq 43,5\%$ r.F. kann die Einhaltung der vorgeschriebenen Toleranz garantiert werden (Abbildung 2-31).

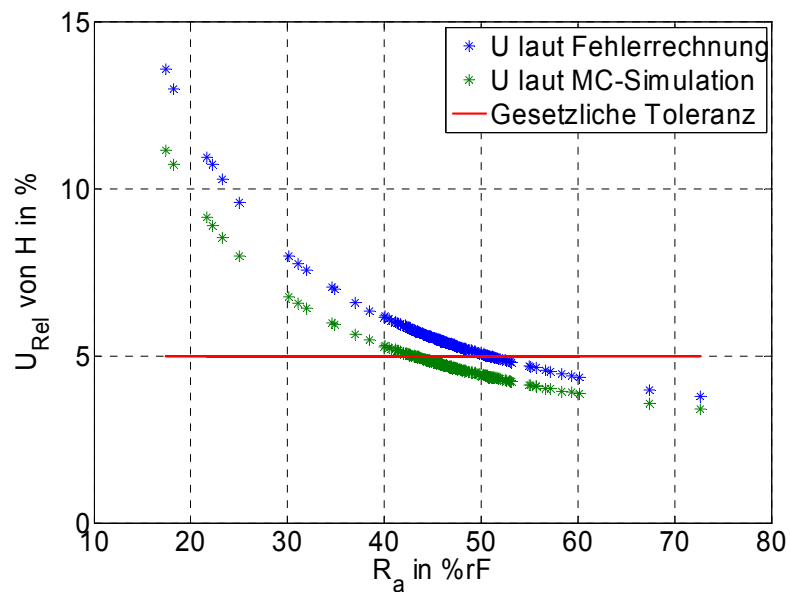


Abbildung 2-30: Einfluss von R_a auf die Unsicherheit von H

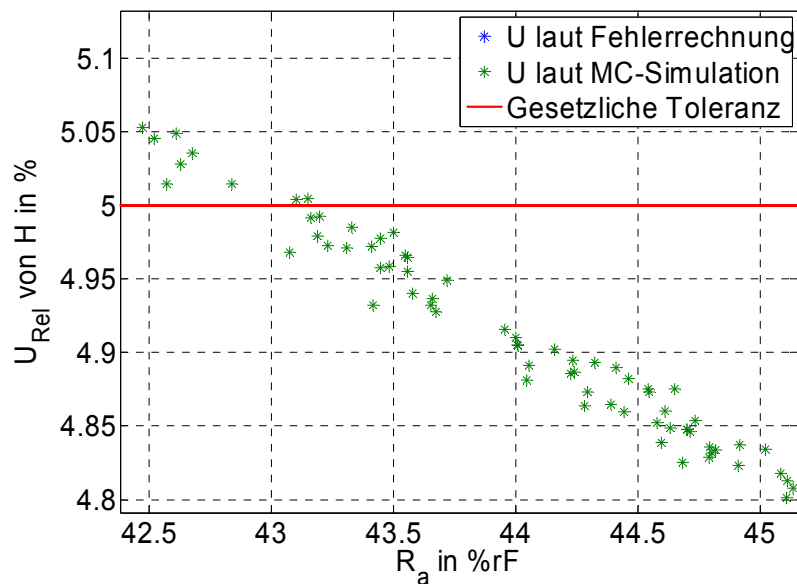


Abbildung 2-31: Bestimmung des kritischen Wertes von R_a

Die Feuchte in der Prüfzelle wird mit einer Befeuchtungsanlage reguliert. Um die gesetzliche Forderung künftig zu erfüllen, wird die Wahl einer Mindestfeuchte von 45 %r.F. empfohlen. Bei diesem Wert ist $U_{relH} \approx 4,8\%$.

Der Wert der relativen Feuchte hat auch Einfluss auf die Verteilung von H . Die kleinste relative Feuchte wurde am 09.04.2007 gemessen ($R_{a\min} = 17,42\% r.F.$). Im

Histogramm von H ist der dominante, gleichverteilte Unsicherheitseinfluss deutlich erkennbar (Abbildung 2-32).

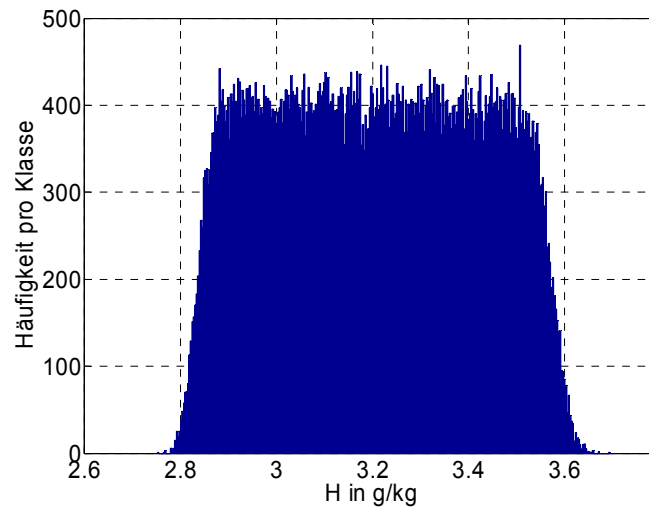


Abbildung 2-32: Häufigkeitsverteilung von H bei $R_a=17,4$ %r.F.

Die größte relative Feuchte wurde am 04.06.2008 gemessen ($R_{a \max} = 72,65$ %r.F.).

Der gleichverteilte Unsicherheitseinfluss ist hier deutlich geringer (Abbildung 2-33).

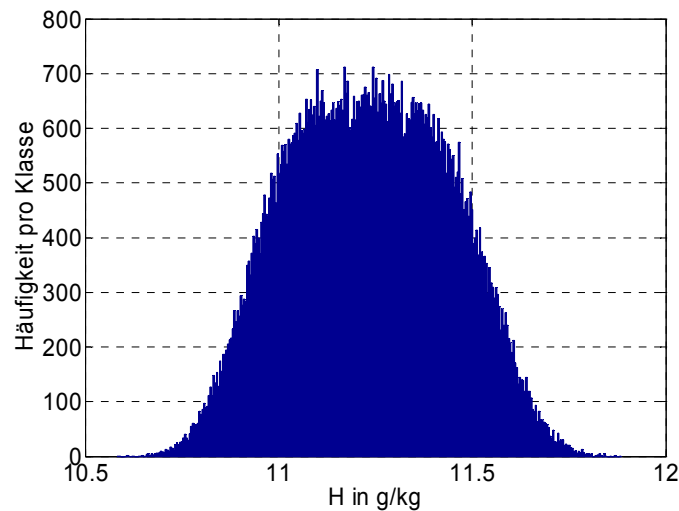


Abbildung 2-33: Häufigkeitsverteilung von H bei $R_a=72,65$ %r.F.

Durch die Simulation wird bewiesen, dass die allgemein übliche Annahme einer Normalverteilung des Ergebnisses für diesen speziellen Fall nicht gerechtfertigt ist. Der gleichverteilte Unsicherheitseinfluss von R_a ist zu dominant.

2.7 Unsicherheitsbestimmung bei der Kalibrierung von Drucksensoren

Allgemein anerkannte Verfahren zur Kalibrierung von Drucksensoren sind in der Schrift „Kalibrierung von Druckmessgeräten“, herausgegeben vom Deutschen Kalibrierdienst (DKD), umfangreich beschrieben.⁴³ Das in diesem Abschnitt beschriebene Kalibrierverfahren sowie die Messunsicherheitsbestimmung orientieren sich an den Vorgaben des DKD.

Für die Kalibrierung von Drucksensoren werden drei verschiedene Kalibrierabläufe vorgeschlagen (siehe Abbildung 4-2 im Anhang). Die Genauigkeit der Kalibrierung steigt mit der Anzahl der durchgeführten Einzelkalibrierungen (Tabelle 2-21).

Tabelle 2-21: Genauigkeit des Kalibrierverfahrens in Abhängigkeit von den durchgeführten Einzelkalibrierungen⁴⁴

Kalibrierablauf	Σ der Einzelkalibrierungen	Angestrebte Unsicherheit, bezogen auf die Messspanne
A	36 oder 54	< 0,1 %
B	27	0,1 % bis 0,6 %
C	10	> 0,6 %

Das zur Kalibrierung verwendete Bezugsnorm (DPI 605 der Firma GE-Sensing) wird in regelmäßigen Abständen von einem unabhängigen Laboratorium nach Ablauf A überprüft. Dieser Kalibrierablauf kann für die interne Überprüfung von Drucksensoren ausgeschlossen werden. Es gilt die Regel, dass mit einem Bezugsnorm nur Sensoren untergeordneter Genauigkeiten überprüft werden können.

Die Drücke P_{VentIn} (Druck vor dem Venturirohr) und P_B (barometrischer Luftdruck in der Prüfzelle) haben einen Einfluss für die Bestimmung der emittieren Schadstoffmenge.

⁴³ [9]

⁴⁴ Werte entnommen aus [9], Tabelle 1

2.7.1 Druck vor Venturi

In den Jahren 2007 und 2008 wurden Drücke zwischen 808,32 mbar und 969,61 mbar gemessen. Die Kalibrierspanne wird zwischen 800 mbar und 1000 mbar mit einem Intervall von 50 mbar festgelegt.

Bestimmung der Unsicherheitseinflüsse:

- Unsicherheit des Kalibriernormales

Im Bereich zwischen 750 mbar und 1150 mbar beträgt die zu erwartende Grundunsicherheit ± 15 mbar ⁴⁵.

- Unsicherheit durch Temperaturschwankungen während der Kalibrierung

Der Temperaturfehler beträgt $\pm 0,003$ % des Messwertes pro °C Änderung der Umgebungstemperatur.⁴⁶ Es wird davon ausgegangen, dass sich die Temperatur im Zeitraum der Kalibrierung nicht mehr als ± 1 K ändert. Diese Annahme wird getroffen, weil die Kalibrierarbeiten in einer stabil klimatisierten Umgebung durchgeführt werden.

- Unsicherheit der Anzeige- und Auswerteeinheit

Bei der Kalibrierung wird die gesamte Messkette überprüft. Mögliche Unsicherheitskomponenten sind hier der A/D-Wandler, der Shunt, die Auswerteelektronik und mögliche Einstreuungen in die elektrische Verkabelung. Aufgrund von Erfahrungswerten wird für die Summe dieser Unsicherheiten ein Wert von $\pm 0,5$ mbar geschätzt. Die verwendeten hochwertigen Messmittel rechtfertigen diese Annahme.

Dieses Vorgehen ist vom GUM für Sonderfälle genehmigt. Zu den zusammengefassten Informationen zur Beschreibung der Unsicherheit können „Erfahrungen oder allgemeine Kenntnisse über Verhalten und Eigenschaften der relevanten Materialien und Messgeräte“ herangezogen werden.⁴⁷

⁴⁵ [17]

⁴⁶ [7]; Abschnitt 1-7

⁴⁷ [1], Abschnitt 4.3.1

- Umkehrspanne

Durch den mechanischen Aufbau des Sensors mit einer Membran ergibt sich eine Abweichung zwischen steigender und fallender Messreihe. Ausgedrückt wird diese Unsicherheitskomponente als Umkehrspanne (2-74).

$$h = |M2 - M1| \quad (2-74)$$

Hier bedeuten:

h	Umkehrspanne in mbar
$M2$	Kalibrierwert bei fallendem Druck in mbar (Abbildung 4-2)
$M1$	Kalibrierwert bei steigendem Druck in mbar (Abbildung 4-2)

Formulierung der Modellgleichung

Aus den Unsicherheitsfaktoren wird die Modellgleichung (2-75) formuliert.

$$\Delta p = \overline{p_{Anz}} - p_{Normal} + p_{NormalTemp} + \delta_h \quad (2-75)^{48}$$

$$\overline{p_{Anz}} = \frac{M1 + M2}{2} \quad (2-76)$$

$$p_{NormalTemp} = 30 \cdot 10^{-6} \cdot p_{Normal} \quad (2-77)$$

Hier bedeuten:

Δp	Messabweichung in mbar.
$\overline{p_{Anz}}$	Mittelwert der Messwerte in mbar.
p_{Normal}	Mit dem Drucknormal vorgegebener Soll-Druck in mbar.
$p_{NormalTemp}$	Messabweichung durch Temperaturschwankungen während der Kalibrierung in mbar.
δ_h	Unbekannte, durch die Umkehrspanne verursachte, Messabweichung in mbar.

⁴⁸ In Anlehnung an [9].

Wahl des Kalibrierablaufes

Die gesetzlich vorgeschriebene Toleranz beträgt $\pm 0,4 \text{ kPa}$ (4 mbar)⁴⁹. Die Messspanne ist mit 200 mbar festgelegt. Die Mindestgenauigkeit beträgt $\pm 2 \%$ der Messspanne (Gleichung (2-78)). Die Kalibrierung kann nach Ablauf C durchgeführt werden.

$$\text{Mindestgenauigkeit} = \frac{4 \text{ mbar}}{200 \text{ mbar}} \cdot 100\% = 2\% \quad (2-78)$$

Bestimmung der Messunsicherheit

Die Messunsicherheit wird für jeden Kalibrierpunkt berechnet. Exemplarisch ist dies für den Kalibrierwert $p_{\text{Noraml}} = 800 \text{ mbar}$ in Tabelle 2-22 dargestellt. Der Mittelwert der abgelesenen Drücke beträgt hier $\overline{p_{\text{Anz}}} = 799,45 \text{ mbar}$.

Tabelle 2-22: Messunsicherheitsbudget P_{Ventlin} bei 800 mbar

Größe	Wert mbar	U mbar	Teiler	c_i	s mbar	s^2 mbar ²
p_{Noraml}	800,00	0,15	$\sqrt{3}$	-1	0,087	$7,5 \cdot 10^{-3}$
$p_{\text{NoramlTemp}}$	0	0,024	$\sqrt{3}$	1	0,014	$192 \cdot 10^{-6}$
$\overline{p_{\text{Anz}}}$	799,45	0,5	$\sqrt{3}$	1	0,289	$83,3 \cdot 10^{-3}$
δ_h	0	0,70	$\sqrt{3}$	1	0,404	0,163
Σ					0,50	0,254
$U(k=2)$					1,01	

Das Ergebnis der Kalibrierung lautet:

$$\underline{p_{800} = 799,45 \text{ mbar} \pm 1,01 \text{ mbar}}$$

In Tabelle 2-23 sind die Kalibrierergebnisse inklusive der berechneten Unsicherheiten aufgelistet und in Abbildung 2-34 graphisch aufbereitet.

⁴⁹ [2]; Absatz 3.2.3.14

Tabelle 2-23: Kalibrierergebnisse von P_{Ventln} inklusive der berechneten Unsicherheiten

P_{Noraml} mbar	$M1$ mbar	$M2$ mbar	$\overline{P_{Anz}}$ mbar	Δp mbar	h mbar	$U(k=2)$ mbar
800,00	799,80	799,10	799,45	-0,55	0,70	1,01
850,00	850,20	849,20	849,70	-0,30	1,00	1,30
900,00	900,00	899,00	899,50	-0,50	1,00	1,30
950,00	950,10	950,00	950,05	0,05	0,10	0,61
1000,00	999,90	999,80	999,85	-0,15	0,10	0,61

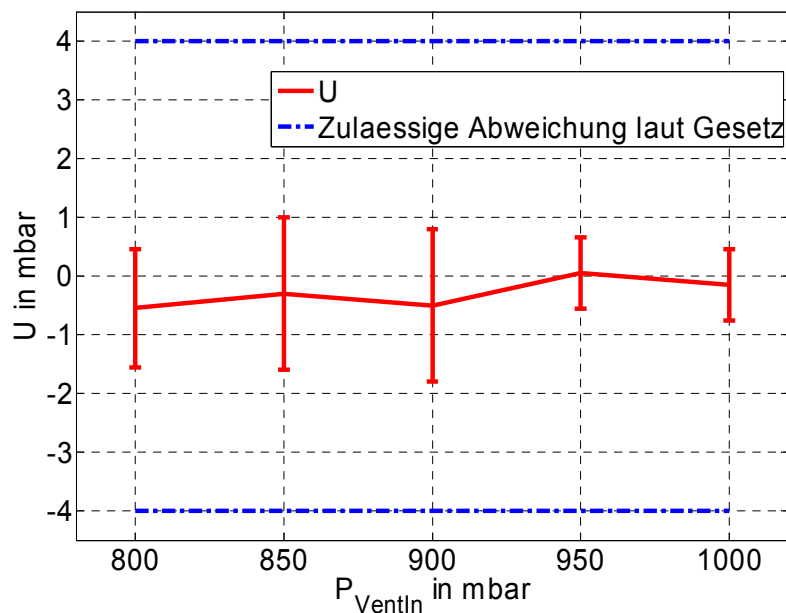


Abbildung 2-34: Kalibrierergebnisse von P_{Ventln} inklusive der berechneten Unsicherheiten

Die maximale Unsicherheit der einzelnen Kalibrierungen beträgt 1,30 mbar. Für die weitere Fehlerrechnung wird von einer konstanten Unsicherheit für den gesamten Messbereich ausgegangen. Diese Vereinfachung hat zwei Gründe.

- 1.) Nachdem jeder Kalibrierwert nur zwei Mal überprüft wird, können zufällige Fehler nur sehr eingeschränkt bestimmt werden.
- 2.) Die Verwendung einer konstanten Unsicherheit vereinfacht die weitere Fehlerrechnung.

2.7.2 Barometrischer Luftdruck P_B

Im Beobachtungszeitraum wurden in der Prüfzelle Drücke zwischen 957 mbar und 995 mbar gemessen. Daraus wird ein Kalibrierintervall von 920 mbar bis 1000 mbar

abgeleitet. Laut Gesetz muss der Luftdruck in der Prüfzelle auf ± 1 mbar genau gemessen werden.⁵⁰

$$\text{Mindestgenauigkeit} = \frac{1\text{mbar}}{80\text{mbar}} \cdot 100\% = 1,25\% \quad (2-79)$$

Der Sensor wird nach Ablauf C kalibriert.

Bestimmung der Unsicherheitseinflüsse auf die Kalibrierung

Mit Ausnahme der Genauigkeit der Anzeige sind dieselben Unsicherheitseinflüsse zu berücksichtigen, wie in Kapitel 2.7.1. Die Unsicherheit der Anzeige- und Auswerteeinheit wird nach demselben Verfahren geschätzt, wie in Kapitel 2.7.1. Für die Genauigkeit der gesamten Anzeige- und Auswerteeinheit wird ein Wert von 0,3 mbar angenommen.

Messunsicherheit

Zur Veranschaulichung wird die Messunsicherheit in Tabelle 2-24 für den Kalibrierpunkt $p_{\text{Noraml}} = 920\text{mbar}$ berechnet. Hier beträgt die erweiterte Unsicherheit $U(k=2) = 0,430\text{mbar}$.

Tabelle 2-24: Messunsicherheitsbudget bei 920 mbar

Größe	Wert mbar	U mbar	Teiler	c_i	s mbar	s^2 mbar ²
p_{Noraml}	920,00	0,15	$\sqrt{3}$	-1	0,087	$7,5 \cdot 10^{-3}$
$p_{\text{NoramlTemp}}$	0	0,028	$\sqrt{3}$	1	0,016	$253 \cdot 10^{-6}$
$\overline{p_{\text{Anz}}}$	920,16	0,3	$\sqrt{3}$	1	0,173	$30 \cdot 10^{-3}$
δ_h	0	0,16	$\sqrt{3}$	1	0,092	$8,53 \cdot 10^{-3}$
					Σ	0,215
					$U(k=2)$	0,430

⁵⁰ [2], Abschnitt 4.6.2

Das Ergebnis der Kalibrierung lautet:

$$\underline{p_{920} = 920,16 \text{ mbar} \pm 0,43 \text{ mbar}}$$

Die Kalibrierergebnisse inklusive der Unsicherheiten sind in Tabelle 2-25 aufgelistet und in Abbildung 2-35 graphisch aufbereitet.

Tabelle 2-25: Kalibrierergebnisse von P_B inklusive der berechneten Unsicherheiten

p_{Noraml} mbar	$M1$ mbar	$M2$ mbar	$\overline{p_{Anz}}$ mbar	Δp mbar	h mbar	$U(k=2)$ mbar
920,00	920,08	920,24	920,16	0,16	0,16	0,43
940,00	940,32	940,24	940,28	0,28	0,08	0,40
960,00	960,24	960,56	960,40	0,40	0,32	0,54
980,00	980,48	980,48	980,48	0,48	0,00	0,39
1000,00	1000,71	1000,63	1000,67	0,67	0,08	0,40

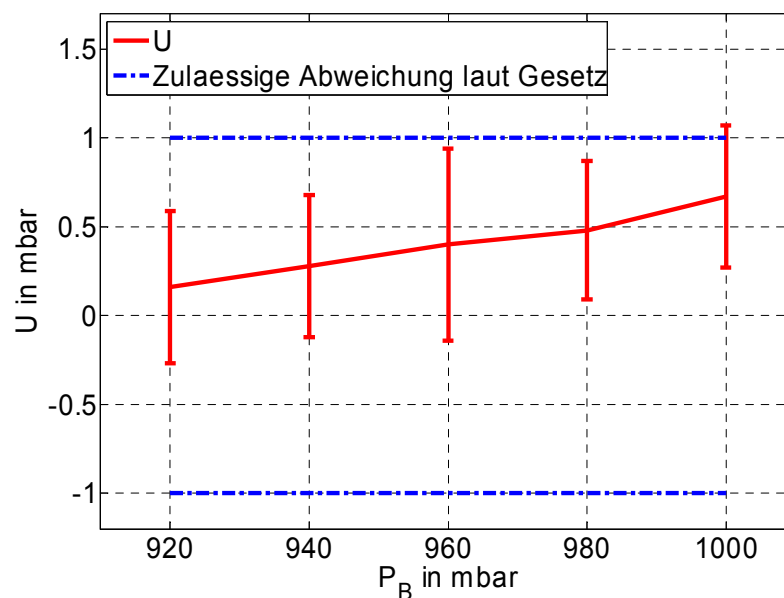


Abbildung 2-35: Kalibrierergebnisse von P_B inklusive der berechneten Unsicherheiten

Auffällig ist der Kalibrierwert $p_{Noraml} = 1000 \text{ mbar}$. Hier kann nicht ausgeschlossen werden, dass die gesetzlich vorgeschriebene Toleranz überschritten wird. Diese mögliche Überschreitung wird aus folgenden Gründen bis zur nächsten fälligen Kalibrierung akzeptiert:

- Der Wert der möglichen Überschreitung ist mit 0,07 mbar gering.

- Im Beobachtungszeitraum wurden 286 Versuche durchgeführt. Bei lediglich 9 Versuchen wurden Drücke > 990 mbar gemessen. Das sind 3,1 % der Messwerte.

Es wird empfohlen, den Drucksensor bei der nächsten fälligen Kalibrierung neu zu justieren.

2.8 Unsicherheitsbestimmung bei der Kalibrierung von Widerstandsthermometern

Verfahren zur Kalibrierung von Pt100-Temperaturfühlern sind in der Schrift „Kalibrierung von Widerstandsthermometern“, herausgegeben vom Deutschen Kalibrierdienst, umfangreich beschrieben.⁵¹ Das in diesem Abschnitt beschriebene Kalibrierverfahren sowie die Messunsicherheitsbestimmung orientieren sich an den Vorgaben des DKD.

Die Überprüfung von Temperaturfühlern erfolgt bei den internen Kalibrierungen nach dem Vergleichsverfahren. Dabei wird ein Medium (hier speziell Silikonöl oder Luft) mit einem geeigneten Kalibrierofen auf einen definierten Wert temperiert. Die Temperatur wird mit einem Referenzthermometer gemessen. Der Messwert des Prüflings wird abgelesen und mit dem Referenzwert verglichen.⁵²

Für die Bestimmung der Messunsicherheit wird in einem ersten Schritt die Gesamtunsicherheit der verwendeten Kalibriernormale ermittelt. Anschließend wird die Unsicherheit des gesamten Kalibrierverfahrens berechnet. Grund dafür ist, dass die Kalibriernormale für die Überprüfung unterschiedlicher Temperatursensoren verwendet werden. Durch die Auftrennung muss die Gesamtunsicherheit der verwendeten Normale nur einmal bestimmt werden.

2.8.1 Bestimmung der Messunsicherheit der Temperaturnormale

Zur Kalibrierung werden folgende Kalibriernormale verwendet:

- Kalibrierbad Fluke HS 7103
- Thermometer Pt100 Referenztemperaturfühler in abgewinkelter Ausführung (daher die Bezeichnung Winkelplatinsensor WPS)
- Anzeigegerät Druck MCX II

⁵¹ [8]

⁵² Siehe Abbildung 4-3: Normale zur Temperaturkalibrierung im Anhang

Die Modellgleichung unter Berücksichtigung aller in Frage kommender Unsicherheitseinflüsse lautet:

$$t_x = t_{WPS} + \delta t_{ErwWPS} + \delta t_{KalWPS} + \delta t_{WabWPS} + \delta t_{Hom} + \delta t_{Stab} + \delta t_{KalMCX} + \delta t_{DriftMCX} + \delta t_{ParasitTemp} \quad (2-80)^{53}$$

Hier bedeuten:

t_x Mit den Kalibriernormalen gemessene Temperatur in °C.

t_{WPS} Temperatur des Referenztemperaturfühlers in °C.

δt_{ErwWPS} Korrektur aufgrund einer möglichen Eigenerwärmung des WPS durch den Messstrom.

Dieser Unsicherheitseinfluss wird ausgeschlossen. Der Messstrom wird vom Normal MCX II erzeugt. WPS und MCX II wurden bei der letzten externen Kalibrierung als Messkette überprüft. Der Messstrom von 0,9 mA zeigte dabei keine messbare Erwärmung des WPS.

δt_{KalWPS} Korrektur durch Unsicherheiten bei der Kalibrierung des WPS.

Diese Unsicherheitskomponente ist von der Kalibriertemperatur abhängig (Tabelle 2-26).

Tabelle 2-26: Temperaturabhängige Unsicherheit des WPS ⁵⁴

Kalibriertemperatur in °C	Erweiterte Unsicherheit (k=2) in °C
- 30	0,19
0	0,13
100	0,24
200	0,25

δt_{WabWPS} Korrektur durch eine mögliche Wärmeableitung des WPS.

Dieser Unsicherheitseinfluss wird vernachlässigt. Ein Herausziehen des WPS um 2 cm aus dem Silikonöl zeigt keinen messbaren Temperaturunterschied.

δt_{Hom} Korrektur durch eine mögliche Inhomogenität des Temperaturgefüges im Kalibrierofen.

⁵³ Modellgleichung für Kalibrierung von Thermometern in Anlehnung an [8], Seite 15

⁵⁴ Werte entnommen aus [11]

Diese beträgt laut Datenblatt des Gerätes 20 mK.⁵⁵

δt_{Stab} Korrektur durch eine mögliche Instabilität der Temperatur im Kalibrierofen.

Diese beträgt laut Datenblatt des Gerätes 30 mK.⁵⁶

δt_{KalMCX} Korrektur, bedingt durch die Messunsicherheit bei der Kalibrierung des Referenzauswertegerätes MCX II.

Diese Unsicherheit ist im Kalibrierschein mit 30 mK angegeben.⁵⁷

$\delta t_{DriftMCX}$ Korrektur durch eine mögliche Langzeitinstabilität des Referenzauswertegerätes MCX II.

Diese Unsicherheit ist im Kalibrierschein mit 150 mK angegeben.⁵⁸

$\delta t_{ParasitTemp}$ Korrektur durch mögliche parasitäre Thermospannungen an den verwendeten Steckkontakten.

Dieser Unsicherheitseinfluss wird vernachlässigt. Eine Änderung der Polarität der verwendeten Steckkontakte zeigte keine Änderung der Temperaturanzeige.

Mit den relevanten Unsicherheitseinflüssen wird die gültige Modellgleichung (2-81) formuliert.

$$t_x = t_{WPS} + \delta t_{KalWPS} + \delta t_{Hom} + \delta t_{Stab} + \delta t_{KalMCX} + \delta t_{DriftMCX} \quad (2-81)$$

Exemplarisch wird die Messunsicherheit bei einer Kalibriertemperatur von 0 °C berechnet (Tabelle 2-27).

⁵⁵ [13], Seite 9, Tabelle 2

⁵⁶ [13], Seite 9, Tabelle 2

⁵⁷ [16]

⁵⁸ [16]

Tabelle 2-27: Unsicherheit der Kalibriernormale bei einer Kalibriertemperatur von 0 °C

<i>Größe</i>	<i>U</i> <i>mK</i>	<i>Teiler</i>	c_i^{59}	<i>s</i> <i>mK</i>	s^2 <i>mK</i> ²
δt_{KalWPS}	130	2	1	65,0	4225,0
δt_{Hom}	20	$\sqrt{3}$	1	11,5	133,3
δt_{Stab}	30	$\sqrt{3}$	1	17,3	300,0
δt_{KalMCX}	30	2	1	15,0	225,0
$\delta t_{DriftMCX}$	150	$\sqrt{3}$	1	86,6	7500
Σ				111	12383
$U(k=2)$				223 mK	

Bei 0 °C beträgt die erweiterte Unsicherheit der verwendeten Kalibriernormale $U(k=2) = 223 \text{ mK}$.

Durch die Temperaturabhängigkeit von δt_{KalWPS} ist die Gesamtunsicherheit temperaturabhängig. Der WPS wurde im Bereich von -30 °C bis 200 °C an 4 Punkten kalibriert (Tabelle 2-26). Analog zur Unsicherheitsbestimmung in Tabelle 2-27 werden die Unsicherheiten bei -30 °C, 100 °C und 200 °C bestimmt (Tabelle 2-28).

Tabelle 2-28: Gesamte temperaturabhängige Unsicherheiten aller Kalibriernormale

t_x in °C	-30	0	100	200
s in °C	0,131	0,111	0,144	0,144
$U(k=2)$ in °C	0,262	0,223	0,288	0,289

Graphisch ist der Unsicherheitsverlauf in Abhängigkeit von der Temperatur in Abbildung 2-36 dargestellt.

⁵⁹ Durch die reine Addition von Unsicherheitskomponenten sind die partiellen Ableitungen von (2-81) in allen Fällen 1.

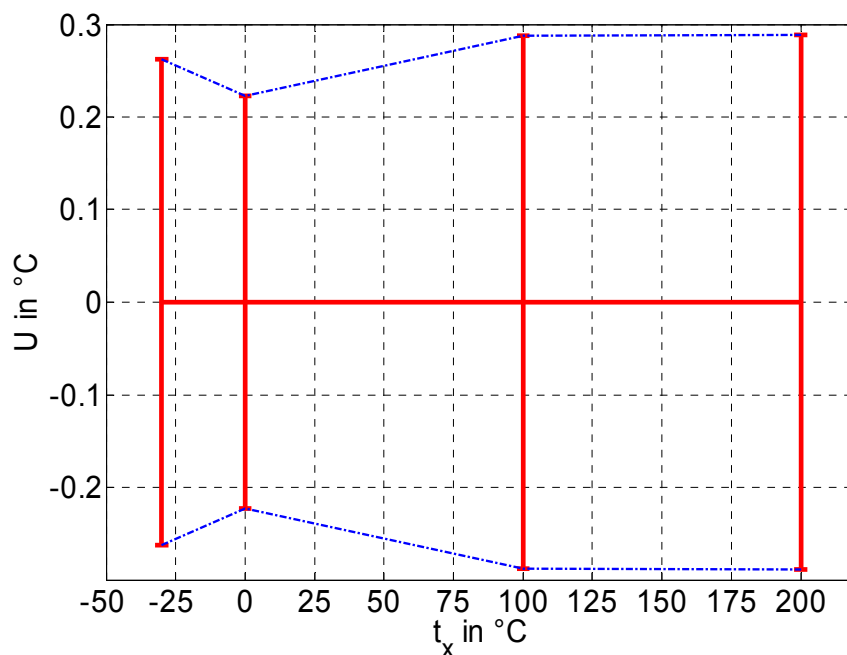


Abbildung 2-36: Unsicherheitsverlauf der Kalibriernormale, in Abhängigkeit von der Kalibriertemperatur

2.8.2 Raumtemperatur

Die Temperatur in der Prüfzelle wird mit einem Pt100-Temperaturfühler gemessen. Der Temperaturfühler ist im Feuchtesensor eingebaut. Die gesamte Auswerteeinheit der Temperaturmessung ist im Feuchtesensor integriert. Die Datenübertragung erfolgt digital über eine RS-232 Schnittstelle. Durch die digitale Datenübertragung können Spannungsabfälle an der Leitung, Einstreuungen in die Verkabelung oder ähnliche Unsicherheitseinflüsse ausgeschlossen werden.

Die Unsicherheit der Auswerteeinheit beträgt:⁶⁰

δt_{Elek} Genauigkeit der Elektronik

Die Elektronik des Sensors ist für eine Temperatur von 20 $^{\circ}\text{C}$ spezifiziert. Bei dieser Temperatur beträgt die mögliche Unsicherheit $\pm 0,1$ $^{\circ}\text{C}$.

⁶⁰ [6], Seite 71

$\delta_{ElekTemp}$ Relative Temperaturabhängigkeit der Elektronik

Wird der Sensor bei einer anderen Temperatur als 20 °C betrieben, beträgt der Korrekturfaktor 0,005 °C/°C (siehe (2-82)).

$$\delta t_{ElekTemp} = \delta_{ElekTemp} \cdot |20^{\circ}\text{C} - t_x| = 0,005 \frac{^{\circ}\text{C}}{^{\circ}\text{C}} \cdot |20^{\circ}\text{C} - t_x| \quad (2-82)$$

Hier bedeuten:

$\delta_{ElekTemp}$ Temperaturkorrekturfaktor in °C/°C

$\delta t_{ElekTemp}$ Korrektur durch die Temperaturabhängigkeit der Elektronik in °C.

Mit den Unsicherheitskomponenten lässt sich die Modellgleichung (2-83) formulieren.

$$t_{ist} = t_x + \delta t_{Elek} + \delta t_{ElekTemp} \cdot |20^{\circ}\text{C} - t_x| \quad (2-83)$$

Hier bedeutet:

t_{ist} Mit dem Prüfling gemessene Temperatur in °C.

Die Sensitivitätskoeffizienten c_{tx} und c_{tElek} sind jeweils 1. Der Sensitivitätskoeffizient $c_{ElekTemp}$ wird in Gleichung (2-84) bestimmt.

$$c_{ElekTemp} = \frac{\partial t_{ist}}{\partial \delta_{ElekTemp}} = |20^{\circ}\text{C} - t_x| \quad (2-84)$$

Im Beobachtungszeitraum wurden in der Prüfzelle Temperaturen von 20,2 °C bis 28,6 °C gemessen. Der Kalibrierbereich wird zwischen 15 °C und 35 °C mit einem Intervall von 10 °C festgelegt. Die Kalibrierung an drei Punkten ist durch die geringe Kalibrierspanne ausreichend.

Die erweiterte Unsicherheit der Kalibriernormale ist bei 0 °C und bei 100 °C bestimmt (Tabelle 2-28). Die Ermittlung der Unsicherheit bei der jeweiligen Kalibriertemperatur erfolgt durch lineare Interpolation (Tabelle 2-29).

Tabelle 2-29: Unsicherheiten der Kalibriernormale im Kalibrierbereich

t_x in °C	15	25	35
$U_{Normale}(k=2)$ in mK	232,8	239,3	245,8

Zur Veranschaulichung wird die Messunsicherheit bei einer Kalibriertemperatur von 15 °C bestimmt (Tabelle 2-30).

Tabelle 2-30: Gesamte Unsicherheit bei einer Temperatur von 15 °C

Größe	U	Teiler	c_i	s mK	s^2 mK^2
δt_{Elek}	100mK	$\sqrt{3}$	1	57,74	3333
$\delta_{ElekTemp}$	$5 \frac{mK}{K}$	$\sqrt{3}$	$ 20^\circ C - 15^\circ C $	14,43	208
t_x	232,8mK	2	1	116,4	13543
Σ				130,7	17084
$U(k=2)$				261 mK	

Die temperaturabhängigen Messunsicherheiten der gesamten Kalibrieranordnung sind in Tabelle 2-31 aufgelistet und in Abbildung 2-37 graphisch aufbereitet.

Tabelle 2-31: Temperaturabhängige Unsicherheiten der gesamten Kalibrieranordnung

t_{ist} in °C	15	25	35
$U(k=2)$ in mK	261	267	285

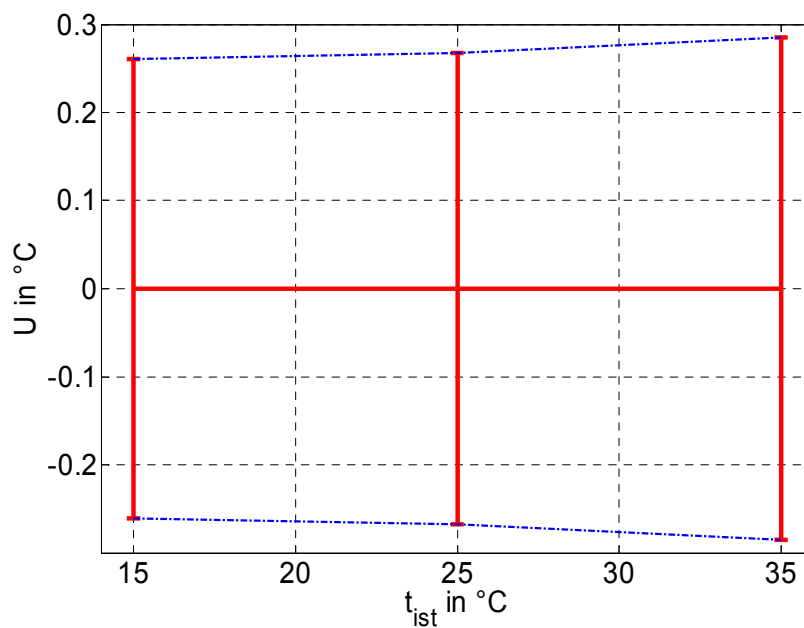


Abbildung 2-37: Unsicherheitsverlauf in Abhängigkeit von der Kalibriertemperatur der gesamten Kalibrierkette

3 Zusammenfassung und Ausblick

Die akkreditierte Prüfstelle des Studiengangs Fahrzeugtechnik der FH JOANNEUM führt Abgasanalysen bei Kraftfahrzeugen durch. In der vorliegenden Arbeit werden die Unsicherheiten aller Messgrößen bestimmt, die einen Einfluss auf die Bestimmung der Schadstoffemissionen haben.

Der auf Normalbedingungen korrigierte Volumenstrom wird mit Venturirohren eingestellt. In Abschnitt 2.4 wird nachgewiesen, dass die bestimmende Einflussgröße auf den korrigierten Volumenstrom der Druck vor der Venturidüse ist. Andere Einflussgrößen können ausgeschlossen werden. Mit dem durchgeführten χ^2 -Test wird gezeigt, dass der Druck vor Venturi normalverteilt ist. Die maximal übliche Unsicherheit des Messverfahrens beträgt $\pm 3 \%$. Diese Forderung wird eingehalten.

Im Abschnitt 2.5 wird die Messunsicherheit des Analyseverfahrens zur Bestimmung der Schadstoffkonzentrationen CO, CO₂, HC und NO_x ermittelt. Größten Einfluss auf die Qualität des Messergebnisses hat das verwendete Kalibriergas. Die Unsicherheitseinflüsse der Analysatoren und des Gasteilers sind gering. Bei Kalibriergasen mit einer Genauigkeit von $\pm 1 \%$ beträgt die Messunsicherheit des gesamten Kalibrierverfahrens im Messbereichsendwert $\approx 1,5 \%$ vom Messwert. Werden Kalibriergase mit einer Genauigkeit von $\pm 2 \%$ verwendet, beträgt die Messunsicherheit im Messbereichsendwert $\approx 2,5 \%$ vom Messwert.

Für die Bestimmung der absoluten Feuchte sind die relative Feuchte, der barometrische Luftdruck in der Prü fzelle und die Temperatur in der Prü fzelle relevant (Absatz 2.6). Größten Einfluss auf die Unsicherheit der absoluten Feuchte hat die gleichverteilte Unsicherheitskomponente der relativen Feuchte. Die erlaubte Toleranz für die Messung der absoluten Feuchte beträgt $\pm 5 \%$. Die allgemein übliche Annahme, dass die absolute Feuchte normalverteilt ist, wird mit einer Monte-Carlo-Simulation widerlegt. Der Unsicherheitseinfluss der relativen Feuchte ist zu dominant. Die Berechnung der erweiterten Unsicherheit mit einer relativen Überdeckungswahrscheinlichkeit von 95 % durch die Multiplikation der Standardabweichung mit dem Faktor $k = 2$ ist nicht gerechtfertigt. Die Bestimmung der erweiterten Unsicherheit aus den Simulationsergebnissen beweist, dass die

gesetzliche Forderung bei einer relativen Feuchte von $R_a \geq 45 \% .r.F.$ eingehalten wird.

Der Druck vor dem Venturirohr muss mit einer Genauigkeit von ± 4 mbar gemessen werden. Die maximale Messunsicherheit beträgt 1,3 mbar (Kapitel 2.7.1).

Der barometrische Luftdruck in der Prü fzelle darf mit einer maximalen Unsicherheit von ± 1 mbar gemessen werden. Die größte Messunsicherheit beträgt 0,54 mbar (Kapitel 2.7.2). Aus den Kalibrierergebnissen ist ersichtlich, dass der Sensor eine systematische Unsicherheit aufweist. Der Drucksensor wird bei der nächsten Kalibrierung neu justiert.

Die Messunsicherheit bei Temperaturkalibrierungen ist von der Kalibriertemperatur abhängig. Die Gesamtunsicherheit der verwendeten Kalibriernormale ist bei 0 °C am geringsten ($U(k=2) = 223 \text{ mK}$, siehe Kapitel 2.8.1).

Die Unsicherheit der Auswerteelektronik des Temperatursensors zur Messung der Raumtemperatur ist von der Umgebungstemperatur abhängig. Diese ist bei 20 °C am geringsten. Die größte erweiterte Unsicherheit des gesamten Kalibrierverfahrens beträgt 285 mK (Kapitel 2.8.2).

Mit den Ergebnissen der vorliegenden Arbeit kann die Messunsicherheit der emittierten Schadstoffmenge bestimmt werden. Dies kann analytisch mit dem Fehlerfortpflanzungsgesetz oder mit einer Monte-Carlo-Simulation geschehen.

Sollten sich die gesetzlichen Anforderungen an die Genauigkeit eines Messergebnisses ändern, kann mit den vorliegenden Ergebnissen beurteilt werden, ob eine Änderung der Messtechnik notwendig ist.

4 Anhang

4.1 Eigene Matlab-Funktionen

4.1.1 Korrelationskoeffizient

```
function [r] = KorrKoeff(x,y)
% KorrKoeff
% Bestimmung der Regresionskoeffizienten einer zweidimensionalen
% Stichprobe.
% Nötige Parameter: x,y
% Rückgabe: r
% LechT; 05.02.2009
if length(x) == length(y)
    n = length(x);
    r = (sum(x.*y)- n*mean(x)*mean(y)) / sqrt( (sum(x.^2)-n*mean(x)^2) * (sum(y.^2)-n*mean(y)^2) );
else
    disp ('Fehler: Vektoren haben nicht die gleiche Länge!');
end
return
```

4.1.2 Regressionsgerade

```
function [a,b] = LinReg(x,y)
% LinReg
```

```
% Bestimmung einer Regresionsgeraden
% Benötigte Parameter: Vektoren x und y
% Rückgabewerte k (Steigung), d (Offset)
% Gleichung --> Siehe [Papula; Band 3 -> Seite 700]
% LechT; 06.02.2009
if length(x) == length(y)
    n = length(x);
    a = (sum(x.*y) - n*mean(x)*mean(y)) / (sum(x.^2) - n*mean(x)^2);
    b = mean(y) - a*mean(x);
else
    disp('Fehler: Die Vektorgröße ist unterschiedlich.');
```

4.1.3 Restvarianz

```
function [vara, varb] = RestVar(x,y)
% RestVar
% Bestimmung der Restvarianz einer Regressionsgeraden
% Nötige Parameter: Vektoren x und y
% Rückgabe: sa -> Standardabweichung von a
%           sb -> Standardabweichung von b
% LechT; 05.02.2009
if length(x) == length(y)
    n = length(x);
```

```

sx = std(x);           % Standardabweichung von x
sy = std(y);           % Standardabweichung von y
r  = KorrKoeff(x,y);   % Korrelationskoeffizient der Vektoren x und y

vara = ((1-r^2) .*sy^2) / ((n-2) .*sx^2);
varb = (((n-1) .*sx^2 + n*mean(x)^2) ./ n) * vara;
else
    disp('Fehler: Vektoren haben nicht die gleiche Länge!');
end
return

```

4.1.4 Feuchtekorrekturfaktor

```

function [kH, DeltakH, H, DeltaH] = Feuchtekorrekturfaktor(Ra, PB, T, DeltaRa, DeltaPB, DeltaT,H)
%% Feuchtekorrekturfaktor
% Bestimmung des Feuchtekorrekturfaktors kH laut Gleichung 6 in Anlage 8; 70/220
% Benötigte Parameter:
% Ra      -> Relative Feuchte in %
% PB      -> Barometrischer Luftdruck im Prüfraum in kPa
% T       -> Temperatur im Prüfraum in K
% DeltaRa -> Unsicherheit der Feuchtebestimmung
% DeltaPB -> Unsicherheit der Messung des Barometrischen Luftdrucks
% DeltaT  -> Unsicherheit der Temperaturmessung
%
% Rückgabewerte in folgender Reihenfolge:

```

```

% kH      -> Feuchtekorrekturfaktor für NO-Bestimmung
% DeltakH  -> Unsicherheit der Bestimmung von kH
% H        -> Berechnete absolute Feuchte

%% Partialdruck von Wasser
% Koeffizienten für Polynom
C0 = 0.4931358;
C1 = -0.46094296E-2;
C2 = 0.13746454E-4;
C3 = -0.12743214E-7;
Deta = T - (C0 + C1.*T + C2.*T.^2 + C3.*T.^3);
%% Dampfdruck in kPascal
e = exp(1);
% Koeffizienten
bm1= -0.58002206E4;
b0 = 0.13914993E1;
b1 = -0.48640239E-1;
b2 = 0.41764768E-4;
b3 = -0.14452093E-7;
b4 = 6.5459673;
% Dampfdruck in Pascal
Pd_Pascal = e.^(bm1.*Deta.^(-1) + b0 + b1.*Deta.^1 + b2.*Deta.^2 + b3.*Deta.^3 + b4.*log(Deta));
% Dampfdruck in kPascal
Pd = Pd_Pascal./1000;

```

```

%% Absolute Feuchte laut Gleichung 70/220 in g/kg
H = (6.211.*Ra.*Pd)./(PB-(Pd.*10.^(-2).*Ra));

%% Feuchtekorrekturfaktor für NO
kH = 1./(1-0.0329.*(H-10.71));

%% Fehlerfortpflanzung für Deta
CT = 1-(C1 + 2.*C2.*T + 3.*C3.*T.^2); % Sensitivitätskoeffizient für T
DeltaDeta = sqrt(DeltaT.^2.*CT.^2);

%% Fehlerfortpflanzung für Pd
CDeta = (b4./Deta + 3.*b3*Deta.^2 + 2.*b2.*Deta+b1 - bm1./Deta.^2) .* ...
        e.^(bm1.*Deta.^(-1) + b0 + b1.*Deta + b2.*Deta.^2 + b3.*Deta.^3 + b4.*log(Deta));
DeltaPd_Pascal = sqrt(DeltaDeta.^2.*CDeta.^2);

% Unsicherheit des Dampfdrucks in kPascal
DeltaPd = DeltaPd_Pascal./1000;

%% Fehlerfortpflanzung für H
% Sensitivitätskoeffizienten
CPB = (-6.211.*Pd.*Ra)./(PB-Pd.*Ra.*10.^(-2)).^2;
CRa = (62110.*PB.*Pd) ./ (Ra.*Pd-100.*PB).^2;
CPd = (62110.*PB.*Ra) ./ (Pd.*Ra-100.*PB).^2;
DeltaH = sqrt( (CRa.*DeltaRa).^2 + (CPd.*DeltaPd).^2 + (CPB.*DeltaPB).^2);
DeltaHRel = DeltaH./H.*100;

%% Fehlerfortpflanzung für kH
CH = -0.0329./(1-0.0329.*(H-10.711)).^2;
DeltakH = sqrt(CH.^2 .* DeltaH.^2);

```

4.2 Matlab Sourcecodes

4.2.1 Lesen der Daten aus den Ergebnisberichten

```
%%-----
% Einlesen von Werten aus Ergebnisprotokollen vom Rollenprüfstand
% Dieses Skript liest aus allen Files mit der Endung *.xls die Werte aus den
% referenzierten Zellen.
% LechT; 23.01.2009
%%-----

clc;
clear all;
format compact;
%% Verzeichnis angeben
path = 'D:\TempTom\Diplomarbeit\Protokolle_Rolle\Lech\'; % Zielverzeichnis
%path = 'Z:\Diplomarbeit\Matlab\';
%path = '\\gpersr4012\TempTom\Diplomarbeit\Protokolle_Rolle\Lech\';
fullpath = [path '*.xls']; % Generiere Textvektor zum Auslesen aller Excel-Files im Zielverzeichnis
directory = dir (fullpath); % Schreibe alle Filenamen im Zielverzeichnis mit der Endung .xls in directory
%% Zielfile
Ergebnisfile = 'Ergebnisse_Rolle_Analysatoren_2007.xls';
%% Header von Logfile erstellen
VarName = {'Filename', 'Vmix_1', 'Vmix_2', 'Pb_1', 'Pb_2', 'Pb_ges', 'PVentIn_1', 'PVentIn_2', 'TP_1', 'TP_2', 'TRaum_1', ...
            'TRaum_2', 'Durchsatzstufe', 'VmixStream_1', 'VmixStream_2', 'Ra_1', 'Ra_2', 'H_1', 'H_2', 'd_1', 'd_2', ...
            'CeHC_1', 'CeHC_2', 'CdHC_1', 'CdHC_2', 'CiHC_1', 'CiHC_2', 'CeCO_1', 'CeCO_2', 'CdCO_1', 'CdCO_2', ...}
```

```

        'CiCO_1','CiCO_2','CeNOx_1','CeNOx_2','CdNOx_1','CdNOx_2','CiNOx_1','CiNOx_2','CeNO_1','CeNO_2',...
        'CdNO_1','CdNO_2','CiNO_1','CiNO_2','CeCO2_1','CeCO2_2','CdCO2_1','CdCO2_2','CiCO2_1','CiCO2_2'};

xlswrite(Ergebnisfile,VarName,'Tabelle1','A1'); % Erste Zeile mit Variablennamen schreiben
%% Werte Auslesen und in Logfile schreiben
LineCounter = 2;
for i = 1 : length(directory)
    ToDo = length(directory)-i+1
    filename = directory(i).name; % filename aus structure
    fullfilename = [path filename];
    % Plausibilitätskontrolle
    [typ, desc] = xlsfinfo(fullfilename);
    if length(desc) > 4 && strcmp(desc(4),'Umgebungsdaten') == 1
        [Dummy,Teststart] = xlsread(fullfilename,'Testdaten','B5'); % Teststart bestimmen
        if strcmp(Teststart,'%Akkreditierte Tests>NEDC (D) Diluted+Bag')== 1 ...
            || strcmp(Teststart,'%Akkreditierte Tests>NEDC (G) Diluted+Bag') == 1
                % Werte auslesen, wenn Sie von Akkreditierten Messungen stammen
                Vmix_1 = xlsread(fullfilename,'Umgebungsdaten','C26'); % Vmix von Phase 1
                Vmix_2 = xlsread(fullfilename,'Umgebungsdaten','D26'); % Vmix von Phase 2
                Pb_1 = xlsread(fullfilename,'Umgebungsdaten','C7'); % Pb von Phase 1
                Pb_2 = xlsread(fullfilename,'Umgebungsdaten','D7'); % Pb von Phase 2
                Pb_ges = xlsread(fullfilename,'Umgebungsdaten','F7'); % Pb Gesamt
                PVentIn_1 = xlsread(fullfilename,'Umgebungsdaten','C30'); % P1 Phase 1
                PVentIn_2 = xlsread(fullfilename,'Umgebungsdaten','D30'); % P1 Phase 2
                TP_1 = xlsread(fullfilename,'Umgebungsdaten','C31'); % Tp Phase 1
                TP_2 = xlsread(fullfilename,'Umgebungsdaten','D31'); % Tp Phase 2
            end
        end
    end
end

```

```

TRaum_1      = xlsread(fullfile(filename,'Umgebungsdaten','C8')); % Mittlere Raumtemp Phase 1
TRaum_2      = xlsread(fullfile(filename,'Umgebungsdaten','D8')); % Mittlere Raumtemp Phase 2
Durchsatzstufe = xlsread(fullfile(filename,'Testdaten','B57')); % Eingestellte Venturi Durchsatzstufe
VmixStream_1  = xlsread(fullfile(filename,'Umgebungsdaten','C29')); % Volmenstrom Ph 1. in m³/min
VmixStream_2  = xlsread(fullfile(filename,'Umgebungsdaten','D29')); % Volmenstrom Ph 2. in m³/min
Ra_1          = xlsread(fullfile(filename,'Umgebungsdaten','C5')); % Relative Feuchte Phase 1 in %
Ra_2          = xlsread(fullfile(filename,'Umgebungsdaten','D5')); % Relative Feuchte Phase 2 in %
H_1           = xlsread(fullfile(filename,'Umgebungsdaten','C6')); % Absolute Feuchte Phase 1 in g/kg
H_2           = xlsread(fullfile(filename,'Umgebungsdaten','D6')); % Absolute Feuchte Phase 2 in g/kg
d_1           = xlsread(fullfile(filename,'Umgebungsdaten','C15')); % Strecke Phase 1 in km
d_2           = xlsread(fullfile(filename,'Umgebungsdaten','D15')); % Strecke Phase 2 in km

if strcmp(Teststart,'&Akkreditierte Tests>NEDC (D) Diluted+Bag')== 1
    % HC-Konzentration Diesel (Tunnel/HFID)
    CeHC_1      = xlsread(fullfile(filename,'Korrelation','D5')); % HC Konz. Phase 1 Gesamt
    CeHC_2      = xlsread(fullfile(filename,'Korrelation','E5')); % HC Konz. Phase 2 Gesamt
    CdHC_1      = xlsread(fullfile(filename,'Korrelation','D6')); % HC Konz. Phase 1 Hintergrund
    CdHC_2      = xlsread(fullfile(filename,'Korrelation','E6')); % HC Konz. Phase 2 Hintergrund
    CiHC_1      = xlsread(fullfile(filename,'Korrelation','D7')); % HC Konz. Phase 1 Fahrzeug
    CiHC_2      = xlsread(fullfile(filename,'Korrelation','E7')); % HC Konz. Phase 2 Fahrzeug
else
    % HC-Konzentration Diesel (Beutel)
    CeHC_1      = xlsread(fullfile(filename,'Korrelation','D8')); % HC Konz. Phase 1 Gesamt
    CeHC_2      = xlsread(fullfile(filename,'Korrelation','E8')); % HC Konz. Phase 2 Gesamt
    CdHC_1      = xlsread(fullfile(filename,'Korrelation','D9')); % HC Konz. Phase 1 Hintergrund
    CdHC_2      = xlsread(fullfile(filename,'Korrelation','E9')); % HC Konz. Phase 2 Hintergrund

```

```

CiHC_1      = xlsread(fullfile(filename,'Korrelation','D10')); % HC Konz. Phase 1 Fahrzeug
CiHC_2      = xlsread(fullfile(filename,'Korrelation','E10')); % HC Konz. Phase 2 Fahrzeug
end
CeCO_1      = xlsread(fullfile(filename,'Korrelation','D14')); % CO Konzentrationen
CeCO_2      = xlsread(fullfile(filename,'Korrelation','E14')); %
CdCO_1      = xlsread(fullfile(filename,'Korrelation','D15')); %
CdCO_2      = xlsread(fullfile(filename,'Korrelation','E15')); %
CiCO_1      = xlsread(fullfile(filename,'Korrelation','D16')); %
CiCO_2      = xlsread(fullfile(filename,'Korrelation','E16')); %
CeNOx_1     = xlsread(fullfile(filename,'Korrelation','D17')); % NOx Konzentrationen
CeNOx_2     = xlsread(fullfile(filename,'Korrelation','E17')); %
CdNOx_1     = xlsread(fullfile(filename,'Korrelation','D18')); %
CdNOx_2     = xlsread(fullfile(filename,'Korrelation','E18')); %
CiNOx_1     = xlsread(fullfile(filename,'Korrelation','D19')); %
CiNOx_2     = xlsread(fullfile(filename,'Korrelation','E19')); %
CeNO_1      = xlsread(fullfile(filename,'Korrelation','D20')); % NO Konzentrationen
CeNO_2      = xlsread(fullfile(filename,'Korrelation','E20')); %
CdNO_1      = xlsread(fullfile(filename,'Korrelation','D21')); %
CdNO_2      = xlsread(fullfile(filename,'Korrelation','E21')); %
CiNO_1      = xlsread(fullfile(filename,'Korrelation','D22')); %
CiNO_2      = xlsread(fullfile(filename,'Korrelation','E22')); %
CeCO2_1     = xlsread(fullfile(filename,'Korrelation','D23')); % CO2 Konzentrationen
CeCO2_2     = xlsread(fullfile(filename,'Korrelation','E23')); %
CdCO2_1     = xlsread(fullfile(filename,'Korrelation','D24')); %
CdCO2_2     = xlsread(fullfile(filename,'Korrelation','E24')); %

```

```

CiCO2_1      = xlsread(fullfile, 'Korrelation', 'D25'); %
CiCO2_2      = xlsread(fullfile, 'Korrelation', 'E25'); %
% Wert in Logfile schreiben
log = {filename, Vmix_1, Vmix_2, Pb_1, Pb_2, Pb_ges, PVentIn_1, ...
        PVentIn_2, TP_1, TP_2, TRaum_1, TRaum_2, Durchsatzstufe, ...
        VmixStream_1, VmixStream_2, Ra_1, Ra_2, H_1, H_2, d_1, d_2, ...
        CeHC_1, CeHC_2, CdHC_1, CdHC_2, CiHC_1, CiHC_2, ...
        CeCO_1, CeCO_2, CdCO_1, CdCO_2, CiCO_1, CiCO_2, ...
        CeNOx_1, CeNOx_2, CdNOx_1, CdNOx_2, CiNOx_1, CiNOx_2, ...
        CeNO_1, CeNO_2, CdNO_1, CdNO_2, CiNO_1, CiNO_2, ...
        CeCO2_1, CeCO2_2, CdCO2_1, CdCO2_2, CiCO2_1, CiCO2_2}; % Ergebnisse für Excel-Export vorbereiten
Zeile=['A', num2str(LineCounter)]; % Aktuelle Zeile in Excel dynamisch indizieren
xlswrite(Ergebnisfile, log, 'Tabelle1', Zeile); % Ergebnis in Excel-Logfile eintragen
LineCounter = LineCounter+1; % Zeilenzähler inkrementieren
else
    disp 'Fehler: Dieses File wurde nicht im akkreditiertem Umfang gemessen!'
end
else
    disp 'Fehler: Dieses File ist kein FH-Ergebnisbericht!'
end
end
disp 'Fertig'

```

4.2.2 Bestimmung von $V_{\text{mixStream}}$

```
%-----
% Bestimmung der Unsicherheit des, auf Normalbedingungen korrigierten,
% Volumens Vmix
% Die im ersten Abschnitt eingelesenen Werte wurden vorher aus den
% Ergebnissprotokollen eines Beobachtungszeitruams ausgelesen.
% LechT; Februar - April 2009
% -----

clc
clear all
close all
format compact
%path = 'Z:\DA\Matlab\Ergebnisse_Rolle_Analysatoren.xls';
path = 'D:\Lecht\Diplomarbeit\Matlab\Ergebnisse_Rolle_Analysatoren.xls';
%% Werte in folgender Reihenfolge auslesen: Vmix_1,Vmix_2,Pb_1,Pb_2,Pb_ges,PVentIn_1,PVentIn_2,TP_1,TP_2
Data = xlsread(path,'Tabelle1');
%% Indizieren der Variablen
for i = 1 : length(Data)
    Vmix_1(i)          = Data(i,1);
    Vmix_2(i)          = Data(i,2);
    PRaum_1(i)         = Data(i,3);
    PRaum_2(i)         = Data(i,4);
    PVentIn_1(i)       = Data(i,6);
```



```
PVentIn_2(i)      = Data(i,7);
TP_1(i)           = Data(i,8) + 273.2; % in K
TP_2(i)           = Data(i,9) + 273.2; % in K
TRaum_1(i)        = Data(i,10) +273.2; % in K
TRaum_2(i)        = Data(i,11) +273.2; % in K
Durchsatzstufe(i) = Data(i,12);
VmixStream_1(i)    = Data(i,13);
VmixStream_2(i)    = Data(i,14);
```

end

%% Korrelationskoeffizienten der Gesamten Messreihe

```
KorrPVentIn = KorrKoeff(Vmix_2,PVentIn_2);
```

```
KorrTRaum   = KorrKoeff(Vmix_2,TRaum_2);
```

```
KorrPRaum   = KorrKoeff(Vmix_2,PRaum_2);
```

```
KorrTP      = KorrKoeff(Vmix_2,TP_2);
```

```
KorrStufe   = KorrKoeff(Vmix_2,Durchsatzstufe);
```

%% Indizieren der Eingangs- und Ausgangsgrößen nach Durchsatzstufe

```
Stufe       = 5; % Zu untersuchende Durchsatzstufe
```

```
PVentIn     = PVentIn_1(find(Durchsatzstufe == Stufe));% Druck vor Venturi
```

```
TRaum       = TRaum_1(find(Durchsatzstufe == Stufe));% Raumtemperatur
```

```
PRaum       = PRaum_1(find(Durchsatzstufe == Stufe)); % Barometrischer Umgebungsdruck
```

```
TP          = TP_1(find(Durchsatzstufe == Stufe));% Temperatur vor Venturi
```

```
Vmix        = Vmix_1(find(Durchsatzstufe == Stufe));%Volumen
```

```
VmixStream  = VmixStream_1(find(Durchsatzstufe == Stufe));%Volumenstrom
```

%% Korrelationskoeffizienten in Abhängigkeit von der Belastungsstufe

```

KorrPVentInStufe = KorrKoeff(Vmix,PVentIn)
KorrTRaumStufe   = KorrKoeff(Vmix,TRaum)
KorrPRaumStufe   = KorrKoeff(Vmix,PRaum)
KorrTPStufe      = KorrKoeff(Vmix,TP)

%% Bestimmung der Regressionsgeraden
[a,b] = LinReg(PVentIn ,VmixStream);
VmixStreamSoll = a*PVentIn+b;

%% Graphische Ausgabe
FS = 20;

figure (1)
    axes('FontSize',FS)
    plot(PVentIn_2,VmixStream_2, '.', 'MarkerSize',50)
    xlabel('Durchsatzstufe','fontsize',FS);
    xlabel('Druck vor Venturi in mbar','fontsize',FS);
    ylabel('Korrigierter Volumenstrom in m³/min','fontsize',FS)
    grid on;

figure(2)
    axes('FontSize',FS)
    plot(Durchsatzstufe,VmixStream_2, '.', 'MarkerSize',50)
    xlabel('Durchsatzstufe','fontsize',FS);
    ylabel('Korrigierter Volumenstrom in m³/min','fontsize',FS)
    grid on;

figure (3);
    axes('FontSize',FS)

```

```

plot( PVentIn ,VmixStream,'*', 'MarkerSize',10);
hold on
plot(PVentIn,VmixStreamSoll,'r','LineWidth',3);
hold off
title(['Darstellung als Punktwolke bei Durchsatzstufe ',num2str(Stufe)]);
xlabel('Druck vor Venturi in mbar');
ylabel('Korrigierter Volumenstrom in m³/min')
grid on;
figure (4);
axes('FontSize',FS)
plot([1:length(VmixStream)],VmixStream,'r',[1:length(VmixStream)],VmixStreamSoll,'b','LineWidth',2);
legend('Rot -> gemessener Volumenstrom laut Ergebnisbericht','Blau -> mit Regressionskoeffizienten
berechneter Volumenstrom',4);
xlabel(['Laufende Testnummer bei Durchsatzstufe ',num2str(Stufe)]);
ylabel('Korrigierter Volumenstrom in m³/min')
grid on;
%% Bestimmung der Standardabweichung von a und b
[vara, varb] = RestVar(PVentIn,VmixStream);
sa = sqrt(vara);
disp(['sa=',num2str(sa),' (m³/min)/mbar'])
sb = sqrt(varb);
disp(['sb=',num2str(sb),' m³/min'])
%% Fehlerfortpflanzung
sPventIn = 1.22; % Standardabweichung von PVentIn in mbar

```

```
sTP          = 0.2; % Standardabweichung der Temperaturmessung Venturi Einlass in K;
sVmixStream = sqrt( (sa.*PVentIn).^2 + (sPventIn*a)^2 + sb^2);
ErrRel = (sVmixStream)./VmixStream.*100;
disp(['Relative Fehler bei der Durchsatzstufe ',num2str(Stufe),' beträgt:']);
disp(['Err(min) = ',num2str(min(ErrRel)),' %'])
disp(['Err(max) = ',num2str(max(ErrRel)),' %'])
disp(['n = ', num2str(length(PVentIn))])
%% Häufigkeitsverteilung
NumStep = round( sqrt(length(VmixStream))); % Anzahl der Klassen
[h,X] = hist(PVentIn,5);%NumStep);
FS = 30;
figure (5)
    axes('FontSize',FS)
    bar(X,h,0.2)
    xlabel('P_V_e_n_t_I_n in mbar');
    ylabel('Werte pro Klasse')
    grid on
```

4.2.3 Bestimmung der Unsicherheiten der Analysatoren

```
%-----
% Bestimmung der Standardabweichung der Analysatoren
% *****
%
% Zur Bestimmung der Standardabweichung werden die Ergebnisse der
```

```
% monatlichen Linearisierungstests herangezogen. Die unterschiedlichen
% Werte auf der X-Achse in Bezug auf den jeweiligen Step können linear
% interpoliert werden. Hier erfolgt dies durch den Befehl interp1(). Aus
% den so auf die Y-Achse projizierten Werten kann die Standardabweichung
% ermittelt werden.
% LechT; 15.02.2009 bis 29.03.2009
% -----
clc
clear all
close all
format compact
%path = 'Z:\DA\Messreihen\Analysatoren_Rolle_Monatswartung.xls';
path = 'D:\LechT\Diplomarbeit\Messreihen\Analysatoren_Rolle_Monatswartung.xls';
%sheet = 'CO Range1';
%sheet = 'CO Range2';
%sheet = 'CO2 Range2';
%sheet = 'HC Range2';
sheet = 'HC Range3';
%sheet = 'NOX Range1';
%sheet = 'NOX Range2';

%% Werte in folgender Reihenfolge auslesen:
Data = xlsread(path,sheet);
for i=1 : (length(Data)/8)
```

```

    Conc(i,1:8) = Data((i-1)*8+1:(i-1)*8+8 , 2)';    % Soll-Werte auslesen und transponieren
    Read(i,1:8) = Data((i-1)*8+1:(i-1)*8+8 , 3)';    % Ist-Werte auslesen und transponieren
end
%% Vektor für Stützstellen auf x-Achse generieren
for i = 1 : length(Conc(1,:))
    ConcMean(i) = mean(Conc(:,i)); % Mittelwert bilden, um einen Wert auf der X-achse zu erhalten
end
%% Interpolation
for i = 1 : length(Conc(:,1))
    ReadCalc(i,1:8) = interp1(Conc(i,:),Read(i,:),ConcMean,'linear','extrap'); % Interpolieren und auf y-
    Achse pojezieren
end
%% Standardabweichungen
for i = 1 : 8
    Std(i)      = std(ReadCalc(:,i)); % Bestimmung der Standaradabweichungen
    ErrRel(i)   = Std(i) / ConcMean(i) * 100; % Bestimmung relative Standardabweichung
end
%ErrRel  = Std ./ 100 .* 100;
%% Häufigkeitsverteilung
step      = 3;
NumStep = round( sqrt(length(ReadCalc(:,6))))); % Anzahl der Klassen
[h,X] = hist(ReadCalc(:,step),NumStep);
clear NumStep;
%% Check auf Gaußsche Normalverteilung

```

```
sigma    = Std(step);
x        = [mean(ReadCalc(:,step))-3:0.01:mean(ReadCalc(:,step))+3];
mue      = mean(ReadCalc(:,step));
e        = exp(1);
f        = 1/(sqrt(2*pi)*sigma) * e.^(-1/2*((x-mue)./sigma).^2);
clear step;

%% Ausgaben
disp(['Freiheitsgrade: ',num2str(length(ReadCalc(:,1))-1)])
disp(['Relative Standardabweichung ',sheet,': '])
disp(ErrRel)

%% Fehlerfortpflanzung
if strcmp(sheet,'HC Range2')==1 || strcmp(sheet,'HC Range3')
    DeltaC = sqrt( (ConcMean(8)*0.01/sqrt(3))^2 + (ConcMean .* 0.00326).^2 + Std.^2)
else
    DeltaC = sqrt( (ConcMean(8)*0.02/sqrt(3))^2 + (ConcMean .* 0.00326).^2 + Std.^2)
end

%% Relativer Fehler
Err = (2.*DeltaC)./(ConcMean(8)) .*100

%% Bestimmung der Freiheitsgrade
v = DeltaC.^4 ./ (Std.^4 ./ (length(Conc(:,1))-1))

%% Graphische Darstellung
FS = 20;
figure(1)
    axes('FontSize',FS)
```

```

plot(ConcMean,Std,'*-', 'LineWidth',2, 'MarkerSize',10)
title(['Standardabweichung ',sheet], 'fontsize',FS, 'fontweight', 'b')
xlabel('Sollwertvorgabe durch den Gasteiler in ppm', 'fontsize',FS)
ylabel('Standardabweichung in ppm', 'fontsize',FS)
grid on
figure(2)
axes('FontSize',FS)
plot(ConcMean,ErrRel,'*-', 'LineWidth',2, 'MarkerSize',10)
title(['Releativer Fehler ',sheet], 'fontsize',FS, 'fontweight', 'b')
xlabel('Sollwertvorgabe durch den Gasteiler in ppm', 'fontsize',FS)
ylabel('Relativer, zufälliger Fehler in % vom Messwert', 'fontsize',FS)
grid on
figure(3)
axes('FontSize',FS)
nk = hist(ReadCalc(:,8),3);
bar(nk,0.3);
xlabel('k Klassen', 'fontsize',FS)
ylabel('n Werte pro Klasse', 'fontsize',FS)
figure(4)
FS = 50;
axes('FontSize',FS)
TS = [0 1 4 6 8 10 13 15];
Y = [0 0 0 0 0 0 0 0];
errorbar(ConcMean, Y ,2.*DeltaC.*ones(size(ConcMean)), 'LineWidth',5)

```



```
xlabel('Soll-Konzentration C in ppm','fontsize',FS)
ylabel(['U (k=2) in ppm'],'fontsize',FS)
title(sheet,'fontsize',FS)
xlim([-2 max(ConcMean)+2])
grid on
```

4.2.4 Absolute Feuchte – Fehlerrechnung

```
%-----
% Bestimmung der Unsicherheiten des Feuchtekorrekturfaktors und der
% absoluten Feuchte
% LechT; 24.05.2009
% -----

clc
clear all
close all
format compact
%path = 'Z:\DA\Matlab\Ergebnisse_Rolle_Analysatoren.xls';
path = 'D:\LechT\Diplomarbeit\Matlab\Ergebnisse_Rolle_Analysatoren.xls';
%% Werte aus Excel-File lesen
[Data Txt] = xlsread(path,'Tabelle1');
Filename = Txt(2:length(Txt))';
%% Indizieren der Variablen
PB_1      = Data(:,3);
PB_2      = Data(:,4);
TRaum_1   = Data(:,10);
TRaum_2   = Data(:,11);
```

```

Ra_1      = Data(:,15);
Ra_2      = Data(:,16);
H_1       = Data(:,17);
H_2       = Data(:,18);

%% Unsicherheiten
DeltaRa_1 = 2/sqrt(3);
DeltaRa_2 = 2/sqrt(3);
DeltaPB_1 = 0.54/2;
DeltaPB_2 = 0.54/2;
DeltaTRaum_1 = 0.285/2;
DeltaTRaum_2 = 0.285/2;

%% Feuchtekorrekturfaktor
[kH_1, DeltakH_1, Hcalc_1, DeltaH_1] = Feuchtekorrekturfaktor(Ra_1, (PB_1.*0.1), TRaum_1+273.15, DeltaRa_1,
DeltaPB_1, DeltaTRaum_1);
[kH_2, DeltakH_2, Hcalc_2, DeltaH_2] = Feuchtekorrekturfaktor(Ra_2, (PB_2.*0.1), TRaum_2+273.15, DeltaRa_2,
DeltaPB_2, DeltaTRaum_2);

%% Relative Unsicherheit in %
DeltaHRel_1 = DeltaH_1./H_1.*100;
DeltaHRel_2 = DeltaH_2./H_2.*100;

%% Graphische Auswertung
FS = 20;
figure(1)
axes('FontSize',FS)
plot(2.*DeltaHRel_1,'LineWidth',2)
hold on
plot(ones(length(DeltaHRel_1))*5,'r','LineWidth',2)

```

```

grid on
xlabel('Laufende Testnummer')
ylabel('U_R_e_l(k=2)')
% Title('')
legend(['U_r_e_l(k=2)'], ['Gesetzliche Toleranz']);
figure(2)
axes('FontSize',FS)
plot(Hcalc_1,DeltaHRel_1,'*','markersize',10)
hold on
plot(Hcalc_1,ones(length(H_1))*5,'r','LineWidth',2)
grid on
xlabel('R_a in %r.F.')
ylabel('Relative Unsicherheit von H in %')
legend(['U_r_e_l=f(R_a)'], ['Gesetzliche Toleranz']);

```

4.2.5 Monte-Carlo-Simulation

```

%-----
% Unsicherheit Feuchte mit MC-Simulation
% Maximale Simulationstiefe 10E3
%-----

clc
clear all
close all
format compact

%path = 'Z:\DA\Matlab\Ergebnisse_Rolle_Analysatoren.xls';
path = 'D:\LechT\Diplomarbeit\Matlab\Ergebnisse_Rolle_Analysatoren.xls';

```

```

%% Werte aus Excel-File lesen
[Data Txt] = xlsread(path,'Tabelle1');
Filename    = Txt(2:length(Txt))';
%% Indizieren der Variablen
    PB_Messung = Data(:,3).*0.1;    % barometrische Druck in der Prüfzelle in kPa
    T_Raum     = Data(:,10)+273.2; % Raumtemp in K
    Ra_Messung = Data(:,15);        % Relative Luftfeuchte in %rF
    H_Messung  = Data(:,17);        % Gemessene Luftfeuchte in g/kg
%% Anzahl der Simulationen des Experimentes
Z      = 10e3;    % Häufigkeit der Simulation
Y      = length(T_Raum)    % Anzahl der ausgewerteten Tests
%% Unsicherheitetn
UT      = 0.285;    % U Temp (Normalverteilt) in K
sT      = UT/2;
UPB     = 0.054;    % U Luftdruck (Normalverteilt) in kPa
sPB     = UPB/2;
URa     = 2;        % U Feuchtesensor (Rechteckverteilt) in %rF
sRa     = URa/2;
%% Matritzen initialisieren
disp('Matritzen werden initialisiert')
T  = ones(Y,Z);
PB = ones(Y,Z);
Ra = ones(Y,Z);
%% Zufallsfehler berechnen
for i = 1:Y
    disp(num2str(i))

```

```

X_gauss      = randn(Z,1); % Normalverteilte Zufallszahl normiert auf Sigma
T(i,1:Z)     = ((T_Raum(i)) + X_gauss*sT);
X_gauss      = randn(Z,1); % Normalverteilte Zufallszahl normiert auf Sigma
PB(i,1:Z)    = ((PB_Messung(i)) + X_gauss*sPB);
X_rechteck   = rand(Z,1); % Gleichverteilte Zufallszahl von 0-1
Ra(i,1:Z)    = ((Ra_Messung(i)) + (2*X_rechteck-1)*URa);
% Ra(i,1:Z)   = ((Ra_Messung(i)) + X_rechteck*sRa);
end
%% Partialdruck von Wasser
disp('Starte Berechnung')
% Koeffizienten
C0 = 0.4931358;
C1 = -0.46094296E-2;
C2 = 0.13746454E-4;
C3 = -0.12743214E-7;
Deta = T - (C0 + C1.*T + C2.*T.^2 + C3.*T.^3);
%% Dampfdruck in kPascal
e = exp(1);
% Koeffizienten
bm1= -0.58002206E4;
b0 = 0.13914993E1;
b1 = -0.48640239E-1;
b2 = 0.41764768E-4;
b3 = -0.14452093E-7;
b4 = 6.5459673;
% Dampfdruck in Pascal

```

```

Pd_Pascal = e.^(bm1.*Deta.^(-1) + b0 + b1.*Deta.^1 + b2.*Deta.^2 + b3.*Deta.^3 + b4.*log(Deta));
% Dampfdruck in kPascal
Pd = Pd_Pascal./1000;
%% Absolute Feuchte laut Gleichung 70/220 in g/kg
H = (6.211.*Ra.*Pd)./(PB-(Pd.*10.^(-2).*Ra));
%% Feuchtekorrekturfaktor für NOx
kH = 1./(1-0.0329.*(H-10.71));
%% Realativer Fehler
disp('Starte Fehlerrechnung')
Rel_uH = (1:length(T_Raum))*0;
for i = 1:length(T_Raum)
    H_Err      = (mean(H(i)) - H(i,:)); % Zufälliger Fehler von H
    sMC_H(i)    = std(H_Err); %g/kgTL Standardabw. des Experiments
    uMC_H       = 2.0*sMC_H(i); %g/kgTL Intervall für 95% Wahrscheinlichkeit
    Rel_uH(i)   = uMC_H/mean(H(i))*100; %Relativer Fehler der Größe H aus MC
end
%% Bestimmung der erweiterten Unsicherheit aus der Simulation
for i = 1:length(T_Raum)
    H_sort = sort(H(i,:)); % sortieren von H
    H_sortHalbe = H_sort(find(H_sort >= mean(H_sort))); % Alle H größer Mittelwert von H
    U_H_Simulation(i) = H_sortHalbe( round(length(H_sortHalbe)*0.95) ) - mean(H_sort); % U aus der MC-Simulation
    Rel_uH_Simulation(i) = U_H_Simulation(i) / mean(H_sort) *100; % relative U aus MC-Simulation
end

k_Simulation=U_H_Simulation./sMC_H;

```

```
%% Graphische Darstellung
disp('Starte graphische Darstellung')
load('U_k2_von_H')
FS = 35;
figure(1)
    axes('FontSize',FS)
    hold on
    plot(2*DeltaHRel_1,'c','LineWidth',3)
    plot(Rel_uH_Simulation,'g','LineWidth',3)
    plot(ones(length(Rel_uH))*5,'r','LineWidth',1)
    hold off
    grid on
    xlabel('Laufende Testnummer')
    ylabel('U_R_e_l in %')
    legend(['U laut Fehlerrechnung'], ['U laut Simulation']...
        , ['Gesetzliche Toleranz'])
figure(2) % Histogramm barometrischer Luftdruck bei laufender Testnummer 1
    axes('FontSize',FS)
    hist(PB(1,:),sqrt(Z))
    hold on
    stem(mean(PB(1,:)),max(hist(PB(1,:),sqrt(Z)))+30,'r','LineWidth',3)
    stem(mean(PB(1,:))+sPB,max(hist(PB(1,:),sqrt(Z)))+30,'c','LineWidth',3)
    stem(mean(PB(1,:))-sPB,max(hist(PB(1,:),sqrt(Z)))+30,'c','LineWidth',3)
    hold off
    grid on
    xlabel('P_B in kPa')
```

```

ylabel('Häufigkeit pro Klasse')
legend(['Häufigkeit'], ['Messwert von P_B'], ['Sigma'])
figure(3) % Histogramm Raumtemperatur bei laufender Testnummer 1
axes('FontSize',FS)
hist(T(1,:),sqrt(Z))
hold on
stem(mean(T(1,:)),max(hist(T(1,:),sqrt(Z)))+30,'r','LineWidth',3)
stem(mean(T(1,:))+sT,max(hist(T(1,:),sqrt(Z)))+30,'c','LineWidth',3)
stem(mean(T(1,:))-sT,max(hist(T(1,:),sqrt(Z)))+30,'c','LineWidth',3)
hold off
grid on
xlabel('T in K')
ylabel('Häufigkeit pro Klasse')
legend(['Häufigkeit'], ['Messwert von T'], ['Sigma'])
figure(4) % Histogramm relative Feuchte bei laufender Testnummer 1
axes('FontSize',FS)
hist(Ra(1,:),sqrt(Z))
hold on
stem(mean(Ra(1,:)),max(hist(Ra(1,:),sqrt(Z)))+30,'r','LineWidth',3)
hold off
grid on
xlim([38.5 43])
xlabel('Feuchte in %rF')
ylabel('Häufigkeit pro Klasse')
legend(['Häufigkeit'], ['Messwert von R_a'])
figure(5) % Histogramm relative Feuchte bei laufender Testnummer 1

```



```

axes('FontSize',FS)
hist(H(1,:),sqrt(Z))
hold on
stem(mean(H(1,:)),max(hist(H(1,:),sqrt(Z)))+30,'r','LineWidth',3)
stem(mean(H(1,:))+sMC_H(1),max(hist(H(1,:),sqrt(Z)))+30,'c','LineWidth',3)
stem(mean(H(1,:))+2*sMC_H(1),max(hist(H(1,:),sqrt(Z)))+30,'g','LineWidth',3)
stem(mean(H(1,:))+U_H_Simulation(1),max(hist(H(1,:),sqrt(Z)))+30,'m','LineWidth',3)
hold off
grid on
xlabel('H in g/kg')
ylabel('Häufigkeit pro Klasse')
legend(['Häufigkeit'], ['Mittelwert'], ['s'], ['U=2s'], ['U aus Simulation'], 2)

```

figure(6) % Histogramm relative Feuchte bei laufender Testnummer 1

```

axes('FontSize',FS)
plot(Ra_Messung,2*DeltaHRel_1,'*',Ra_Messung,Rel_uH_Simulation,'*', 'MarkerSize',10)
hold on
plot(Ra_Messung,ones(Y,1)*5,'r','LineWidth',2)
hold off
grid on
xlabel('relative Feuchte in %rF')
ylabel('Relative Unsicherheit von H in %')
legend(['U laut Fehlerrechnung'], ['U laut MC-Simulation'])
ylim([0 15])

```

figure (7)

```

axes('FontSize',FS)

```

```
hist(H(find(k_Simulation==min(k_Simulation)),:),sqrt(Z))
xlabel('absolute Feuchte in g/kg')
ylabel('Häufigkeit pro Klasse')
title(['k aus Simulation =' num2str(min(k_Simulation))])

figure (8)
axes('FontSize',FS)
hist(H(find(k_Simulation==max(k_Simulation)),:),sqrt(Z))
xlabel('absolute Feuchte in g/kg')
ylabel('Häufigkeit pro Klasse')
title(['k aus Simulation =' num2str(max(k_Simulation))])
```

4.2.6 Monte-Carlo-Simulation mit hoher Simulationstiefe

```
%-----
%   MC-Simulation mit vielen Zufallszahlen
% -----

clc
clear all
close all
format compact

%path = 'Z:\DA\Matlab\Ergebnisse_Rolle_Analysatoren.xls';
path = 'D:\LechT\Diplomarbeit\Matlab\Ergebnisse_Rolle_Analysatoren.xls';
%% Werte aus Excel-File lesen
[Data Txt] = xlsread(path,'Tabelle1');
Filename    = Txt(2:length(Txt))';

%% Indizieren der Variablen
PB_Messung = Data(:,3).*0.1; % barometrische Druck in der Prüfzelle in kPa
```

```

T_Raum      = Data(:,10)+273.2; % Raumtemp in K
Ra_Messung  = Data(:,15);      % Relative Luftfeuchte in %rF
H_Messung   = Data(:,17);      % Gemessene Luftfeuchte in g/kg

%% Anzahl der Simulationen des Experimentes
Z          = 100e3;           % Häufigkeit der Simulation
Y          = length(T_Raum);   % Anzahl der ausgewerteten Tests

%% Unsicherheitetn
UT         = 0.285;           % U Temp (Normalverteilt) in K
sT         = UT/2;
UPB        = 0.054;           % U Luftdruck (Normalverteilt) in kPa
sPB        = UPB/2;
URa        = 2;               % U Feuchtesensor (Rechteckverteilt) in %rF
sRa        = URa/sqrt(3);

%% Koeffizienten für Polynome
e = exp(1);
C0 = 0.4931358;
C1 = -0.46094296E-2;
C2 = 0.13746454E-4;
C3 = -0.12743214E-7;
bm1= -0.58002206E4;
b0 = 0.13914993E1;
b1 = -0.48640239E-1;
b2 = 0.41764768E-4;
b3 = -0.14452093E-7;
b4 = 6.5459673;

%% Stoppuhr starten

```

```
tic
%% Hauptschleife starten
for i = 1:Y
%for i = 259:259
    %% Zufallsfehler berechnen
    disp(num2str(i))
    X_gauss      = randn(Z,1); % Normalverteilte Zufallszahl normiert auf Sigma
    T            = ((T_Raum(i)) + X_gauss*sT);
    X_gauss      = randn(Z,1); % Normalverteilte Zufallszahl normiert auf Sigma
    PB           = ((PB_Messung(i)) + X_gauss*sPB);
    X_rechteck   = rand(Z,1); % Gleichverteilte Zufallszahl von 0-1
    Ra           = ((Ra_Messung(i)) + (2*X_rechteck-1)*URa);
%   Ra(i,1:Z)    = ((Ra_Messung(i)) + X_rechteck*sRa);
%% Partialdruck von Wasser
    Deta = T - (C0 + C1.*T + C2.*T.^2 + C3.*T.^3);
    % Dampfdruck in Pascal
    Pd_Pascal = e.^(bm1.*Deta.^(-1) + b0 + b1.*Deta.^1 + b2.*Deta.^2 + b3.*Deta.^3 + b4.*log(Deta));
    % Dampfdruck in kPascal
    Pd = Pd_Pascal./1000;
    %% Absolute Feuchte laut Gleichung 70/220 in g/kg
    H = (6.211.*Ra.*Pd)./(PB-(Pd.*10.^(-2).*Ra));
    %% Feuchtekorrekturfaktor für NOx
    kH = 1./(1-0.0329.*(H-10.71));
%% Relativer Fehler
    H_Err      = (mean(H) - H); % Zufälliger Fehler von H
    SMC_H(i)    = std(H_Err); %g/kgTL Standardabw. des Experiments
```

```

    uMC_H(i)    = 2.0*SMC_H(i); %g/kgTL Intervall für 95% Wahrscheinlichkeit
    Rel_uH(i)   = uMC_H(i)/mean(H(i))*100; %Relativer Fehler der Größe H aus MC
%% Bestimmung der erweiterten Unsicherheit aus der Simulation
    H_sort = sort(H); % sortieren von H
    H_sortOben = H_sort(find(H_sort > mean(H))); % Alle H größer Mittelwert von H
    H_sortUnten = H_sort(find(H_sort < mean(H))); % Alle H kleiner Mittelwert von H
    U_H_SimOben(i) = H_sortOben( round(length(H_sortOben)*0.95) ) - mean(H_sort); % U aus der oberen Hälfte von MC
    U_H_SimUnten(i) = H_sortUnten( round(length(H_sortUnten)*0.05) ) - mean(H_sort); % U aus der unteren Hälfte
    Rel_uH_SimOben(i) = U_H_SimOben(i) / mean(H_sort) *100; % relative U aus der oberen Hälfte der MC-Simulation
    Rel_uH_SimUnten(i) = U_H_SimUnten(i) / mean(H_sort) *100; % relative U aus der unteren Hälfte der MC-Simulation
end
k_SimOben=U_H_SimOben./SMC_H;
k_SimUnten=U_H_SimUnten./SMC_H;
%% Soppuhr stoppen
toc
%% Graphische Darstellung
disp('Starte graphische Darstellung')
load('U_k2_von_H')
FS = 25;
figure(1)
    axes('FontSize',FS)
    hold on
    plot(2*DeltaHRel_1,'c','LineWidth',2)
    plot(Rel_uH,'LineWidth',2);
    plot(Rel_uH_SimOben,'g','LineWidth',2)
    plot(ones(length(Rel_uH))*5,'r','LineWidth',1)

```

```
hold off
grid on
xlabel('Laufende Testnummer')
ylabel('U_R_e_l(k=2) in %')
legend(['U laut Fehlerrechnung'], ['2.s_M_o_t_e_C_a_r_l_o']...
      , ['U aus MC-Simulation bestimmt '], ['Gesetzliche Toleranz'])
```

```
figure(2) % Histogramm relative Feuchte bei laufender Testnummer 1
```

```
axes('FontSize',FS)
hist(H,sqrt(Z))
hold on
stem(mean(H),max(hist(H,sqrt(Z)))+30,'r','LineWidth',3)
grid on
xlabel('H in g/kg')
ylabel('Häufigkeit pro Klasse')
legend(['Histogramm'])
```

```
figure(3)
```

```
axes('FontSize',FS)
plot(Ra_Messung,2*DeltaHRel_1,'*',Ra_Messung,Rel_uH_SimOben,'*', 'MarkerSize',10)
hold on
plot(Ra_Messung,ones(Y,1)*5,'r','LineWidth',2)
hold off
grid on
xlabel('R_a in %rF')
ylabel('U_R_e_l von H in %')
```

```
legend(['U laut Fehlerrechnung'], ['U laut MC-Simulation'], ['Gesetzliche Toleranz'])  
ylim([0 15])
```

4.3 Kalibrierprotokolle

4.3.1 Protokoll zur Linearitätskontrolle der Analysatoren

AVL		GEM 110 Diagnostic Test (v1.21)		Operator: admin	
		Linearization Check			
Bench Tag: EBENCH		NT System Name: fh-graz		Test Completed: 6/12/08 2:16:44 PM	

Analyzer: NOX_1		Mode: NOx	
S/N:	COM5_CLD700 RE HT V3.35	Range:	Range 1 / 100.000ppm
		Span:	90.500ppm
Type:	CLD	Linearizer:	On
Mfg:	AK		

Test Results:		
Difference	% Point	% Full Scale
Minimum	[1] 0.000	[7] 0.013
Maximum	[2] 1.429	[3] 0.308
Avg Abs Dev	0.478	0.162
Status	Passed	Passed
Test Status: Passed		

Curve Type: Polynomial / Order 4

Normalized Coefficients:

0:	0.00155883	3rd:	0.233271807
1st:	1.08574295	4th:	-0.101418801
2nd:	-0.209182993		

Pre-Test Calibration:

Analyzer	Zero Factor	Zero Read	Span Factor	Span Read
NOX_1 (Omitted)				

Post-Test Drift:

Analyzer	Zero Read	Span Read	Zero Drift	Span Drift	Status
NOX_1 (Omitted)					

Test Steps:

Step	Conc.(ppm)	Read(ppm)	Std Dev.	Diff-PT(%)	Diff-FS(%)	Status
1	0.000	0.164	0.000	0.000	0.164	Passed
2	6.054	6.269	0.002	1.429	0.214	Passed
3	24.082	24.390	0.000	1.279	0.308	Passed
4	36.037	36.191	0.003	0.428	0.154	Passed
5	48.472	48.591	0.004	0.245	0.119	Passed
6	60.427	60.305	0.005	-0.201	-0.122	Passed
7	78.473	78.460	0.000	-0.016	-0.013	Passed
8	90.600	90.294	0.005	-0.228	-0.206	Passed

Print Time: 6/12/08 14:21 Page 1 of 1

4.4 Tabellen

4.4.1 Standardnormalverteilung

Tabelle 4-1; Verteilfunktion $\Phi(u)$ der Standardnormalverteilung

u	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,5	0,504	0,508	0,512	0,516	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,591	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,648	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,67	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,695	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,719	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,758	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,791	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,834	0,8365	0,8389
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,877	0,879	0,881	0,883
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,898	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,937	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,975	0,9756	0,9761	0,9767
2	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,983	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,985	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,989
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,992	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,994	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,996	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,997	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,998	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,999	0,999
3,1	0,999	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

4.4.2 Quantile der Chi-Quadrat-Verteilung

Tabelle 4-2: Quantile der Chi-Quadrat-Verteilung ⁶¹

f	p									
	0,005	0,01	0,025	0,05	0,10	0,90	0,95	0,975	0,99	0,995
1	0,000	0,000	0,001	0,004	0,016	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88
2	0,01	0,020	0,051	0,103	0,211	4,61	5,99	7,38	9,21	10,60
3	0,07	0,115	0,216	0,352	0,584	6,25	7,81	9,35	11,35	12,84
4	0,21	0,297	0,484	0,711	1,064	7,78	9,49	11,14	13,28	14,86
5	0,41	0,554	0,831	1,15	1,61	9,24	11,07	12,83	15,09	16,75
6	0,68	0,872	1,24	1,64	2,20	10,64	12,59	14,45	16,81	18,55
7	0,99	1,24	1,69	2,17	2,83	12,02	14,06	16,01	18,48	20,28
8	1,34	1,65	2,18	2,73	3,49	13,36	15,51	17,53	20,09	21,96
9	1,73	2,09	2,70	3,33	4,17	14,68	16,92	19,02	21,67	23,59
10	2,16	2,56	3,25	3,94	4,87	15,99	18,31	20,48	23,21	25,19
11	2,60	3,05	3,82	4,57	5,58	17,28	19,67	21,92	24,73	26,76
12	3,07	3,57	4,40	5,23	6,30	18,55	21,03	23,34	26,22	28,30
13	3,57	4,11	5,01	5,89	7,04	19,81	22,36	24,74	27,69	29,82
14	4,07	4,66	5,63	6,57	7,79	21,06	23,68	26,12	29,14	31,32
15	4,60	5,23	6,26	7,26	8,55	22,31	25,00	27,49	30,58	32,80
16	5,14	5,81	6,91	7,96	9,31	23,54	26,30	28,85	32,00	34,27
17	5,70	6,41	7,56	8,67	10,09	24,77	27,59	30,19	33,41	35,72
18	6,26	7,01	8,23	9,39	10,86	25,99	28,87	31,53	34,81	37,16
19	6,84	7,63	8,91	10,12	11,65	27,20	30,14	32,85	36,19	38,58
20	7,43	8,26	9,59	10,85	12,44	28,41	31,41	34,17	37,57	40,00
22	8,6	9,5	11,0	12,3	14,0	30,8	33,9	36,8	40,3	42,8
24	9,9	10,9	12,4	13,8	15,7	33,2	36,4	39,4	43,0	45,6
26	11,2	12,2	13,8	15,4	17,3	35,6	38,9	41,9	45,6	48,3
28	12,5	13,6	15,3	16,9	18,9	37,9	41,3	44,5	48,3	51,0
30	13,8	15,0	16,8	18,5	20,6	40,3	43,8	47,0	50,9	53,7
40	20,7	22,2	24,4	26,5	29,1	51,8	55,8	59,3	63,7	66,8
50	28,0	29,7	32,4	34,8	37,7	63,2	67,5	71,4	76,2	79,5
60	35,5	37,5	40,5	43,2	46,5	74,4	79,1	83,3	88,4	92,0
70	43,3	45,4	48,8	51,7	55,3	85,5	90,5	95,0	100,4	104,2
80	51,2	53,5	57,2	60,4	64,3	96,6	101,9	106,6	112,3	116,3
90	59,2	61,8	65,6	69,1	73,3	107,6	113,1	118,1	124,1	128,3
100	67,3	70,1	74,2	77,9	82,4	118,5	124,3	129,6	135,8	140,2

⁶¹ Entnommen aus [4], Seite 738, Tabelle 3

4.4.3 t-Faktor

Tabelle 4-3: t-Faktor ⁶²

Anzahl ν der Freiheitsgrade	Anteil p in %					
	68,27 ^(a)	90	95	95,45 ^(a)	99	99,73 ^(a)
1	1,84	6,31	12,71	13,97	63,66	235,80
2	1,32	2,92	4,30	4,53	9,92	19,21
3	1,20	2,35	3,18	3,31	5,84	9,22
4	1,14	2,13	2,78	2,87	4,60	6,62
5	1,11	2,02	2,57	2,65	4,03	5,51
6	1,09	1,94	2,45	2,52	3,71	4,90
7	1,08	1,89	2,36	2,43	3,50	4,53
8	1,07	1,86	2,31	2,37	3,36	4,28
9	1,06	1,83	2,26	2,32	3,25	4,09
10	1,05	1,81	2,23	2,28	3,17	3,96
11	1,05	1,80	2,20	2,25	3,11	3,85
12	1,04	1,78	2,18	2,23	3,05	3,76
13	1,04	1,77	2,16	2,21	3,01	3,69
14	1,04	1,76	2,14	2,20	2,98	3,64
15	1,03	1,75	2,13	2,18	2,95	3,59
16	1,03	1,75	2,12	2,17	2,92	3,54
17	1,03	1,74	2,11	2,16	2,90	3,51
18	1,03	1,73	2,10	2,15	2,88	3,48
19	1,03	1,73	2,09	2,14	2,86	3,45
20	1,03	1,72	2,09	2,13	2,85	3,42
25	1,02	1,71	2,06	2,11	2,79	3,33
30	1,02	1,70	2,04	2,09	2,75	3,27
35	1,01	1,70	2,03	2,07	2,72	3,23
40	1,01	1,68	2,02	2,06	2,70	3,20
45	1,01	1,68	2,01	2,06	2,69	3,18
50	1,01	1,68	2,01	2,05	2,68	3,16
100	1,005	1,660	1,984	2,025	2,626	3,077
∞	1,000	1,645	1,960	2,000	2,576	3,000

⁶² [1], Entnommen aus Seite 90, Tabelle G.2

4.5 Diverses

4.5.1 Fahrkurve Prüfung Typ 1 (NEDC)

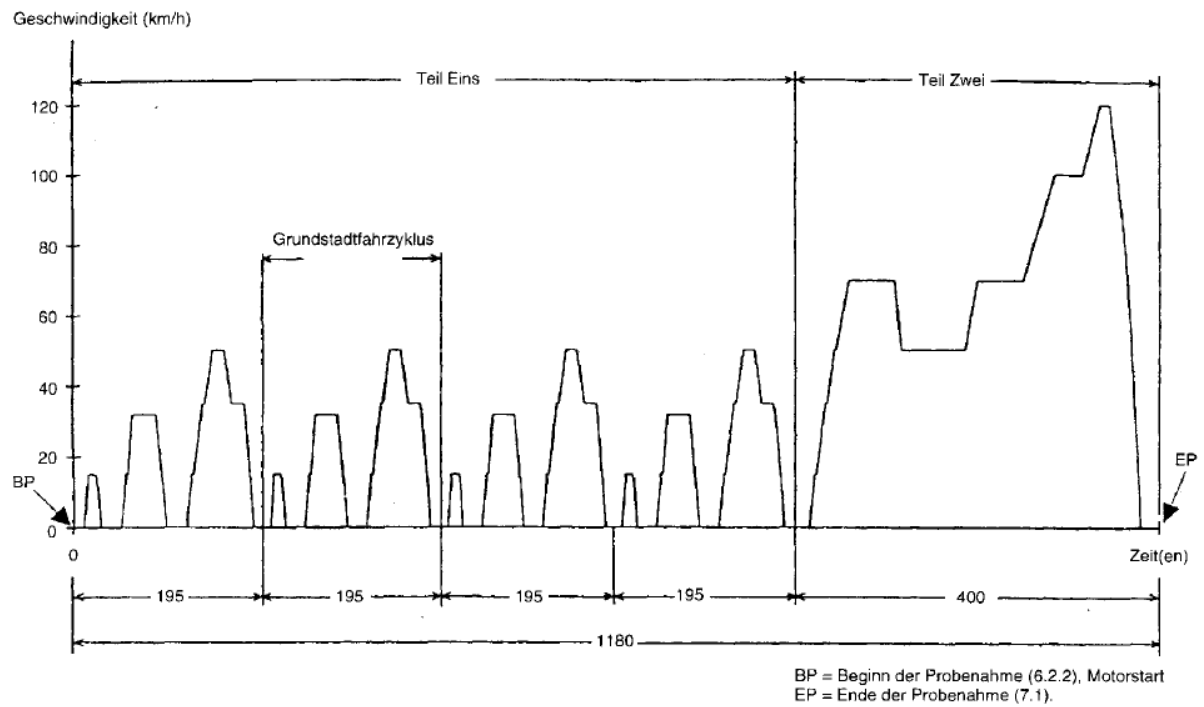
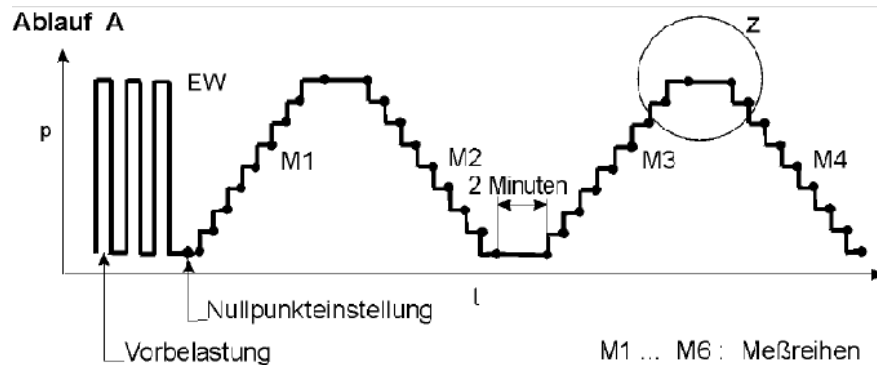


Abbildung 4-1; Fahrkurve NEDC ⁶³

⁶³ Entnommen aus [2], Seite 72, Abbildung III.1.1

4.5.2 Kalibrierabläufe für Drucksensoren



Zusätzliche Wiederholungsmessung bei 2. Aufspannung

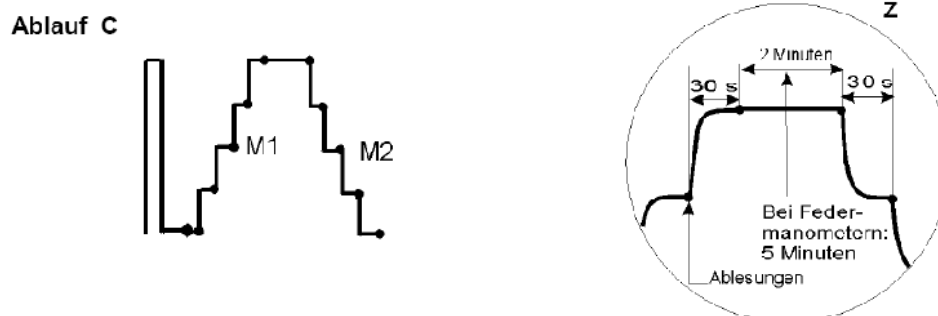
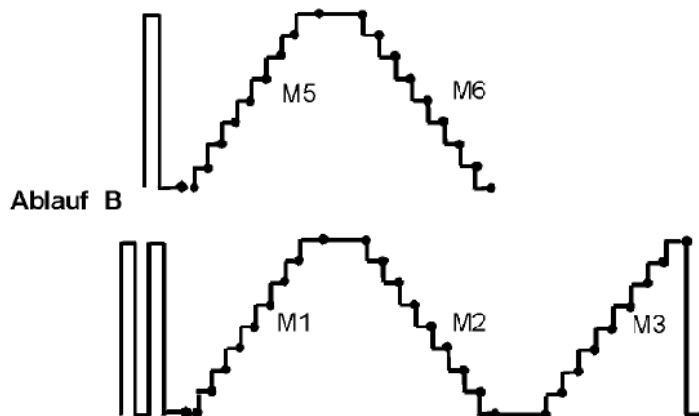


Abbildung 4-2: Mögliche Abläufe zur Kalibrierung von Drucksensoren ⁶⁴

⁶⁴ Entnommen aus [9], Seite 12, Abbildung 2

4.5.3 Fotos der Kalibriernormale



Abbildung 4-3: Normale zur Temperaturkalibrierung



Abbildung 4-4: Feuchtekalkibrator

4.6 Abbildungsverzeichnis

Abbildung 2-1: Rollenprüfstand	9
Abbildung 2-2: Prinzipieller Messaufbau	10
Abbildung 2-3: CVS-Anlage	10
Abbildung 2-4: Prinzipieller Messablauf zur Bestimmung der Konzentrationen der Schadstoffe	12
Abbildung 2-5: Mögliche Einflussgrößen auf $V_{\text{mixStream}}$	16
Abbildung 2-6: Zusammenhang zwischen $V_{\text{mixStream}}$ und P_{VentIn}	17
Abbildung 2-7: Zusammenhang zwischen $V_{\text{mixStream}}$ und P_{VentIn}	19
Abbildung 2-8: Darstellung der Regressionsgeraden bei Durchsatzstufe 5, Phase 2	21
Abbildung 2-9: Gegenüberstellung von Messwerten und Werten, die mit der Modellgleichung ermittelt werden.	21
Abbildung 2-10: Relative Abweichung zwischen gemessenem und gerechnetem Volumenstrom	22
Abbildung 2-11: Häufigkeitsverteilung von P_{VentIn} bei Stufe 4 und 5.....	24
Abbildung 2-12: Häufigkeitsverteilung Durchsatzstufe 4, Phase 1	25
Abbildung 2-13: Klassenaufteilung für Chi-Quadrat-Test.....	25
Abbildung 2-14: Prinzipieller Kalibrieraufbau mit möglichen Unsicherheitseinflüssen.....	31
Abbildung 2-15: Prinzip der linearen Interpolation mit Matlab.....	34
Abbildung 2-16: Programmablauf zur Bestimmung der Standardabweichung der Analysatoren.....	37
Abbildung 2-17: Standardabweichungen der Analysatoren	39
Abbildung 2-18: Erweiterte Unsicherheiten des Kalibrierverfahrens unter Berücksichtigung der effektiven Freiheitsgrade	45
Abbildung 2-19: Relative Unsicherheiten des Kalibrierverfahrens in % von C_{max}	46
Abbildung 2-20: Erweiterte relative Unsicherheiten von H bei Phase 1.....	52
Abbildung 2-21: Prinzip der Bestimmung der Standardabweichung mit der Monte-Carlo-Methode	53
Abbildung 2-22: Histogramm von T	54
Abbildung 2-23: Histogramm von P_B	55
Abbildung 2-24: Histogramm der simulierten Werte von R_a	56
Abbildung 2-25: Gegenüberstellung der relativen Unsicherheiten ($k=2$) von Fehlerrechnung und Monte-Carlo-Methode.....	57
Abbildung 2-26: Histogramm von H	58
Abbildung 2-27: Bestimmung von U aus dem sortierten Vektor von H.....	59
Abbildung 2-28: Vergleich der ermittelten erweiterten Unsicherheit aus Simulation mit $U=2s$	60
Abbildung 2-29: Gegenüberstellung von U laut Fehlerrechnung und Simulation	62
Abbildung 2-30: Einfluss von R_a auf die Unsicherheit von H	63
Abbildung 2-31: Bestimmung des kritischen Wertes von R_a	63
Abbildung 2-32: Häufigkeitsverteilung von H bei $R_a=17,4 \text{ \%r.F.}$	64
Abbildung 2-33: Häufigkeitsverteilung von H bei $R_a=72,65 \text{ \%r.F.}$	64
Abbildung 2-34: Kalibrierergebnisse von P_{VentIn} inklusive der berechneten Unsicherheiten	69
Abbildung 2-35: Kalibrierergebnisse von P_B inklusive der berechneten Unsicherheiten	71
Abbildung 2-36: Unsicherheitsverlauf der Kalibriernormale, in Abhängigkeit von der Kalibriertemperatur	77
Abbildung 2-37: Unsicherheitsverlauf in Abhängigkeit von der Kalibriertemperatur der gesamten Kalibrierkette	79
Abbildung 4-1; Fahrkurve NEDC	120
Abbildung 4-2: Mögliche Abläufe zur Kalibrierung von Drucksensoren	121
Abbildung 4-3: Normale zur Temperaturkalibrierung	122
Abbildung 4-4: Feuchtekalibrator	122

4.7 Literaturverzeichnis

- [1] ÖSTERREICHISCHES NORMUNGsinSTITUT: *ÖNORM ENV 13005 Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen*. Wien 1999
- [2] RAT DER EUROPÄISCHEN GEMEINSCHAFTEN: *Richtlinie des Rates vom 20. März 1970 zur Angleichung der Rechtsvorschriften der Mitgliedsstaaten über Maßnahmen gegen die Verunreinigung der Luft durch Emissionen von Kraftfahrzeugen (70/220/EWG)*. In der Fassung vom 01.01.2007
- [3] AMTSBLATT DER EUROPÄISCHEN UNION: *Entscheidung der Kommission: vom 29. Januar 2004 zur Festlegung von Leitlinien für Überwachung und Berichterstattung betreffend Treibhausgasemissionen gemäß der Richtlinie 2003/87/EG des Europäischen Parlaments und des Rates (2004/156/EG)*. In der Fassung vom 26.02.2004
- [4] PAPULA, Lothar: *Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler Band 3*. 4. Auflage. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg, Mai 2001.-ISBN 3-528-34937-9
- [5] PESCH, Bernd: *Bestimmung der Messunsicherheit nach GUM*. Almogordo: Books On Demand GmbH, 2003.-ISBN 3-8330-1039-8
- [6] VAISALA, *Bedienungsanleitung für die Messwertgeber der HMP230 Serie*. Mai 1998
- [7] DRCK LIMITED: *DPI605 Precision Portable Pressure Calibrator User Manual K136*. 1998
- [8] DEUTSCHER KALIBRIERDIENST DKD: *Richtlinie DKD-R 5-1 Kalibrierung von Widerstandsthermometern*. Braunschweig: Deutscher Kalibrierdienst bei der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt, 10.2003
- [9] DEUTSCHER KALIBRIERDIENST DKD: *Richtlinie DKD-R 6-1 Kalibrierung von Druckmessgeräten*. Braunschweig: Deutscher Kalibrierdienst bei der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt, 03.2002
- [10] PEUS-SYSTEMS GmbH: *Handbuch zum Gasteiler PGD 15/63*. Version 2.13. Bruchsal: 22.02.2000

-
- [11] ISO CAL: *Kalibrierschein Temperaturfühler PT100*. Kalibriernummer 08T0627.
Graz: 02.09.2008
- [12] GE SENSING: *Druck MCX-II Multi-Calibrator User Manual*. K0320 Issue No. 1.
Melrose, USA
- [13] FLUKE-HART SIENTIFIC: *7103 Micro Bath User Guide*. Revision 831301-EN.
American Fork, USA: 2007
- [14] DEUTSCHER KALIBRIERDIENST DKD: *DKD 3 Angabe der Messunsicherheit bei Kalibrierungen*. Braunschweig: Deutscher Kalibrierdienst bei der
Physikalisch-Technischen Bundesanstalt, 01.1998
- [15] ÖSTERREICHISCHES NORMUNGSINSTITUT: *ÖVE/ÖNORM EN ISO/IEC 17025 Allgemeine Anforderungen an die Kompetenz von Prüf- und Kalibrierlaboratorien*. Wien 2007
- [16] ISO CAL: *Kalibrierschein Kalibrator Druck Unomat MCX-II*. Kalibriernummer 08G2537. Graz: 22.08.2008
- [17] AKS MESSTECHNIK GMHB: *Kalibrierschein DPI 605*. Auftragsnummer 4013072. Bad Nauheim: 14.08.2008